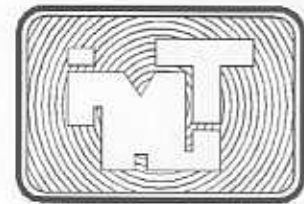


ISSN 0188-7297



---

---

# **EVALUACION DE PUENTES MEDIANTE EL ANALISIS DE VIBRACIONES**

## **INVESTIGACIONES RECIENTES**

**Instituto Mexicano del Transporte**

**Secretaría de Comunicaciones y Transportes**

**Publicación Técnica No. 132  
Sanfandila, Qro. 1999**

---

**INSTITUTO MEXICANO DEL TRANSPORTE  
SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES**

**Evaluación de puentes mediante  
el análisis de vibraciones**

**Investigaciones recientes**

**Publicación Técnica No. 132  
Sanfandila, Qro. 1999**

---

---

Este documento fue elaborado por Francisco Javier Carrión Viramontes, Alejandro Lozano Guzmán, Manuel de Jesús Fabela Gallegos, David Vázquez Vega y José Antonio Romero Navarrete.

Se contó con el apoyo del Coordinador de Equipamiento para el Transporte, Dr. Miguel Martínez Madrid, para la publicación de este trabajo.



## Indice

Resumen	VII
Abstract	IX
Resumen ejecutivo	XI
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Métodos experimentales para la medición de vibraciones en puentes</b>	<b>3</b>
2.1 Introducción.	3
2.2 Métodos para la excitación de la estructura.	3
2.3 Transductores para la medición de vibraciones.	9
2.4 Procedimientos de prueba.	11
<b>3. Métodos de análisis dinámico aplicados al estudio de puentes</b>	<b>15</b>
3.1 Introducción.	15
3.2 Métodos para el análisis modal y vibraciones.	15
3.3 Método de las funciones de respuesta en frecuencia.	21
3.4 Métodos de análisis de sensibilidad.	22
3.5 Métodos de simulación.	23
3.6 Métodos de análisis por <i>wavelets</i> .	25
<b>4. Aplicaciones al análisis de vibraciones en puentes</b>	<b>35</b>
4.1 Introducción.	35
4.2 Determinación de factores de impacto dinámico.	35
4.3 Evaluación de la interacción vehículo – puente.	36
4.4 Desarrollo de métodos de inspección y determinación de niveles de daño.	37
<b>5. Investigaciones desarrolladas en el IMT</b>	<b>51</b>
5.1 Introducción.	51
5.2 Empleo de la transformada <i>wavelet</i> para el análisis dinámico de un puente con modos acoplados.	51
5.3 Determinación experimental del comportamiento estático y dinámico de un puente tipo tridilosa.	59
5.4 Un modelo de interacción vehículo pesado - puente.	68
<b>6. Conclusiones</b>	<b>85</b>
Referencias	87



El análisis de la vibración de los puentes tiene fundamentalmente dos vertientes de aplicación. Por un lado, el modelar o medir la respuesta de los puentes ante ciertos tipos de excitaciones, puede servir para evaluar potenciales daños sufridos por este tipo de estructura, estimando con ello el nivel de daño estructural e, incluso, la posición en la que se presenta este debilitamiento estructural. Por otro lado, y al estar asociados los niveles de vibración de estas estructuras al nivel de esfuerzos en sus elementos, es posible identificar qué factores, asociados a los vehículos o al mismo puente, afectan de manera importante la respuesta del puente y los esfuerzos inducidos en éste.

En este trabajo se describen de manera detallada los métodos de análisis y de medición de vibraciones, incluyendo la instrumentación asociada. Los métodos de análisis de la vibración de puentes incluyen desde el tradicional Análisis Modal, hasta el empleo de conceptos de aplicación novedosa, llamadas *wavelets*.

En el Instituto Mexicano del Transporte han sido desarrolladas aproximaciones tanto teóricas como experimentales al análisis de la respuesta dinámica de estructuras tipo puente. Las aproximaciones experimentales comprenden la respuesta de puentes tipo tridilosa, empleando técnicas de Fourier como de *wavelets*. El enfoque teórico desarrollado consiste en la aplicación de técnicas de Elementos Finitos, con lo que análisis paramétricos son llevados a cabo.

Las conclusiones que se obtienen del presente documento se relacionan con la importancia de tener el conocimiento acerca de la diversidad de técnicas que es posible emplear para el análisis de la vibración de los puentes, en donde aspectos relacionados con la instrumentación misma y los objetivos del estudio, estarían involucrados.





The main applications of the dynamic analysis of bridges, are related with structural damage evaluation. Thus, bridge and vehicle parametric analysis are necessary in order to identify which are the main causes of bridge structural damage. The main analysis tools available are outlined in this work. They cover a wide range of methods, going from the traditional Fourier analysis to the more recently wavelet analysis. Advantages and limitations of these bridge analysis methods are discussed.

Research carried out at the Mexican Transport Institute is presented and includes both, experimental and theoretical approaches. Experimental work is reported for a "tridilosa" type bridge. In this case, Fourier and wavelets analysis methods were used. Theoretical work is also reported related with the parametric evaluation of vehicle-bridge interaction, using dynamic equations obtained through finite element analysis.



El análisis de la vibración de los puentes tiene fundamentalmente dos vertientes de aplicación. Por un lado, el modelar o medir la respuesta de los puentes ante ciertos tipos de excitaciones, puede servir para evaluar potenciales daños sufridos por este tipo de estructura, estimando con ello el nivel de daño estructural e, incluso, la posición en la que se presenta este debilitamiento estructural. Por otro lado, y al estar asociados los niveles de vibración de estas estructuras al nivel de esfuerzos en sus elementos, es posible identificar qué factores, asociados a los vehículos o al mismo puente, afectan de manera importante la respuesta del puente y los esfuerzos inducidos en éste.

Los métodos experimentales para la evaluación de la respuesta dinámica de los puentes involucran varios aspectos, los cuales atienden desde el tipo de excitación empleada hasta la manera en que los resultados son analizados.

Los métodos de excitación de la vibración de los puentes comprenden desde las condiciones ambientales y de uso de la infraestructura, hasta el empleo de elementos específicamente diseñados para efectuar la excitación del puente bajo condiciones controladas. De esta manera, los métodos de excitación comprenden los siguientes: efectos ambientales y de uso (aire y el tránsito de vehículos); por liberación de cargas; por vibradores y por impacto. De entre estos métodos de excitación, los vibradores son los que de manera más confiable pueden provocar la vibración del puente. La selección del tipo de excitación depende de las disponibilidades por cuanto al cierre de la estructura y de los requerimientos de instrumentación y de manejo de información.

Otro de los elementos que intervienen en el análisis experimental de la vibración de los puentes, que de manera fundamental afecta el desempeño de los análisis, es el relacionado con los elementos que capturan el movimiento de la estructura. De entre estos instrumentos, los acelerómetros son los que mayores ventajas presentan desde el punto de vista metrológico, siendo superiores a las galgas extensométricas y a los transductores de desplazamiento y velocidad.

Los métodos empleados para el análisis de las mediciones de vibración realizadas en los puentes, han cambiado en la medida en que nuevas aproximaciones y necesidades han sido identificadas y encontradas. De esta manera, estos métodos incluyen desde el tradicional Análisis Modal, hasta el empleo de conceptos de aplicación novedosa, llamadas *wavelets*. Otros métodos consideran el análisis mediante la respuesta en frecuencia y el análisis de sensibilidad, en donde este último permite la identificación de los parámetros más importantes, con lo que el análisis y evaluación experimental se ven ventajosamente simplificados.

De entre las ventajas del empleo de la transformada *wavelets* para el análisis de las respuestas de los puentes, se tiene que este tipo de aproximación permite discernir de manera inconfundible la aportación de las distintas características de la señal analizada, combinando tanto la respuesta en frecuencia como en el tiempo, siendo particularmente útil para el análisis de transitorios, en donde un Análisis de Fourier enfrenta serias limitaciones.

De entre las aplicaciones del análisis de la respuesta de los puentes, se cuenta la determinación de los factores de impacto, los cuales son asociados al paso de los vehículos. Otras aplicaciones comprenden la determinación del nivel de deterioro y puntos dañados de la estructura. Al respecto, los métodos de análisis desarrollados se basan esencialmente en el análisis modal y algunas de sus características.

En el Instituto Mexicano del Transporte han sido desarrolladas aproximaciones, tanto teóricas como experimentales, al análisis de la respuesta dinámica de estructuras tipo puente. Las aproximaciones experimentales comprenden la respuesta de puentes tipo tridilosa, empleando técnicas de Fourier como de *wavelets*, identificando con la realización de estas investigaciones las ventajas de los segundos sobre los primeros. El enfoque teórico desarrollado consiste en la aplicación de técnicas de Elementos Finitos, con lo que análisis paramétricos son llevados a cabo, de donde se deriva la importancia que sobre los niveles de vibración del puente tienen tanto la rugosidad de la plataforma del puente como la velocidad y nivel de carga del vehículo.

Las conclusiones que se obtienen del presente documento se relacionan con la importancia de tener el conocimiento acerca de la diversidad de técnicas que es posible emplear para el análisis de la vibración de los puentes, en donde aspectos relacionados con la instrumentación misma y los objetivos del estudio estarían involucrados.

## 1. Introducción

---

De acuerdo a los objetivos fijados en el Foro sobre las Direcciones Futuras para la Investigación y el Desarrollo en Transporte (*Forum on Future Directions in Transportation R&D*) [1], organizado por la "National Science and Technology Council" del "Transportation Research Board" de los Estados Unidos y que tuvo lugar en marzo de 1995, se destaca, como una de las más altas prioridades, la de mejorar la capacidad y la calidad de servicio de la infraestructura física del transporte. Lo anterior, no sólo implica recuperar el atraso en la renovación de la infraestructura, que presenta un cierto grado de deterioro en algunos aspectos, sino también pretende incrementar la capacidad de dicha infraestructura para satisfacer la creciente demanda de transporte, utilizando para ello nuevas tecnologías que permitan aprovechar los limitados recursos económicos.

Respecto a la infraestructura de puentes carreteros, en Estados Unidos se estima un inventario de 575,000, de los cuales el 41% está estructuralmente dañado o su funcionamiento es obsoleto [2]. Aunque con distintos niveles de severidad, a nivel mundial este fenómeno se reproduce, siendo la principal causa para ello el que muchos puentes tienen más de 20 años de servicio, así como que los flujos vehiculares se han incrementado en la última década, al igual que la capacidad de carga por vehículo.

México no se escapa al panorama descrito, con dos atenuantes, la primera es que el número de puentes con que se cuenta es de aproximadamente 9,000, y la segunda que los criterios de seguridad con que se diseñaron la mayoría de los puentes fueron más altos que los recomendados en ese tiempo. Por lo tanto, a la fecha estos puentes siguen operando adecuadamente, aún cuando la demanda en su capacidad ha aumentado. Sin embargo, se ha reconocido que es necesario estudiar con mayor detenimiento el efecto de las cargas dinámicas o "vivas" en los puentes, debido a que las configuraciones de vehículos que circulan actualmente por las carreteras mexicanas producen efectos de impacto mucho mayores que los estimados con las especificaciones H-15 o H-20 [3], mismas que fueron tomadas de referencia.

La preocupación por el estudio del efecto dinámico en los puentes no es exclusiva de México, significando una preocupación generalizada a nivel mundial. En torno a esto se han desarrollado estudios encaminados a definir cuáles son los parámetros que influyen más significativamente tanto sobre el efecto dinámico de los puentes como en el deterioro de los mismos [4-13]. De esta forma, no es de extrañarse el que existan en estos momentos estudios de investigación alrededor del mundo, y que los esfuerzos se enfoquen en aspectos específicos tales como los estudios de corrosión, de vibración y análisis estructural, de desarrollo de pruebas no destructivas y de simulación; por mencionar sólo algunos. En particular, los estudios de vibraciones han tenido un amplio crecimiento, al

desarrollar técnicas con las que se espera lograr proponer un método de evaluación de la condición estructural del puente, con base a mediciones experimentales y estudios de simulación dinámica por computadora.

El interés por aplicar técnicas de análisis de vibraciones en estructuras de puentes, tiene como origen el hecho de que esta técnica ha resultado ser muy efectiva para el estudio de sistemas mecánicos, a tal grado que actualmente es posible establecer criterios de mantenimiento predictivo, con base en los cuales se predicen fallas mecánicas y las causas de las mismas. En el caso de los puentes, esta técnica resulta mucho más complicada, ya que se requieren fuerzas de excitación de gran magnitud, adecuadas al tamaño de la estructura, aparte de que intervienen factores que no pueden ser controlados en campo y que en un momento dado pueden influir en la aplicación de la técnica.

En esta publicación se efectúa un análisis del estado del arte en las técnicas experimentales y de interpretación de información dinámica para el estudio del comportamiento dinámico de puentes. Asimismo, se presentan las tendencias de investigación encaminadas a determinar el factor de impacto, estudiar la interacción vehículo-puente, y la aplicación de pruebas dinámicas como pruebas no destructivas para evaluar la condición estructural de puentes.

Si bien es cierto que existen indicios de que es posible aplicar las técnicas de medición de vibración en puentes con objeto de obtener información sobre su estado estructural, cabe destacar que aún se tienen muchas incógnitas, ya que son muchos los parámetros que se ven involucrados. En particular, para puentes se destacan los estudios de sensibilidad, los estudios paramétricos y los estudios para la aplicación de nuevos criterios de diseño. Este trabajo presenta un panorama de las tendencias de investigación que se están llevando a cabo, de lo que se requiere estudiar y de plantear algunas ideas que pudieran ser útiles en el estudio de las estructuras de puentes carreteros por medio del análisis de vibraciones mecánicas. También, se presentan resultados de investigaciones desarrolladas en el IMT, que comprenden la colección y análisis de información en campo y la simulación numérica de la interacción vehículo-puente.

## 2. Métodos experimentales para la medición de vibraciones en puentes

---

### 2.1 Introducción

La medición de vibraciones en puentes ha tenido un desarrollo importante en los últimos 10 años, debido principalmente al perfeccionamiento de los transductores empleados y equipos de medición en general. Asimismo, el crecimiento de los recursos computacionales ha facilitado tareas tales como la medición y el análisis de resultados e, inclusive, la realización de estudios comparativos de simulación. Actualmente, los estudios de vibraciones en puentes se están enfocando al análisis modal, empleando para ello funciones de transferencia en frecuencia. Estos estudios de sensibilidad y paramétricos requieren de un manejo, filtrado e interpretación adecuados de la señal registrada experimentalmente.

Existen dos aspectos importantes que influyen de modo particular en la medición experimental de vibraciones en puentes: el primero se desprende del hecho de que para medir sus vibraciones hay que administrarle al puente, una fuerza de excitación conocida y proporcionada al tamaño del mismo. El segundo aspecto se refiere al hecho de que en un puente real es muy difícil realizar pruebas controladas, ya que intervienen muchos factores de carácter ambiental tales como la temperatura y el viento, así como otros que dependen de los procedimientos experimentales, los cuales influyen sobre la repetibilidad y aleatoriedad de las mediciones efectuadas.

En general, cualquier técnica experimental para la medición de vibraciones en puentes considera los siguientes factores:

- I) Los métodos empleados para la excitación de la estructura.
- II) Los transductores usados para medir la vibración .
- III) Los procedimientos de prueba manejados.

### 2.2 Métodos para la Excitación de la Estructura

Las técnicas disponibles para efectuar la excitación de vibraciones en puentes son:

- a) Efectos ambientales.
- b) Desplazamiento.
- c) Liberación de cargas.
- d) Vibradores.
- e) Impacto.



### **2.2.1 Excitación por Efectos Ambientales**

La excitación por efectos ambientales considera la acción del medio ambiente. Estos efectos incluyen al tráfico vehicular sobre el puente, al viento, al oleaje y a los sismos. Dentro de estas variantes de excitación ambiental, la más empleada es la del tráfico [14-18], ya que tiene la ventaja de que para realizar mediciones en un puente dado no es necesario suspender el servicio del mismo. Asimismo, es una técnica de bajo costo, la cual permite realizar pruebas bajo las condiciones normales de servicio. Por otra parte, tiene la desventaja de que la señal de excitación no se conoce y por lo tanto, no puede ser tomada en cuenta en la etapa de análisis. Además, la señal no constituye un ruido blanco, es decir, su magnitud no es constante en el rango de frecuencia de interés y, por lo tanto, existirán valores de frecuencia con un peso específico mucho mayor, dificultando con ello la interpretación de los resultados.

Una alternativa en la excitación por tráfico consiste en el empleo de vehículos normalizados, que al circular sobre el puente producen la excitación del mismo. Aunque esto requiere la suspensión del tráfico normal sobre el puente, mediante el empleo de esta técnica alternativa se logran condiciones de prueba más controladas, pudiéndose conocer las características de la fuerza de excitación [11, 19].

Otra dificultad que se presenta al emplear al tráfico como fuente de excitación de vibraciones, es que las características dinámicas de los vehículos se registran junto con las del puente. De esta manera, para el caso de puentes cortos, en donde los valores de frecuencias de resonancia de los vehículos y del puente son numéricamente cercanos, los registros dinámicos de la vibración pueden confundirse significativamente, y complicar la interpretación de los resultados.

En una comparación de pruebas por impacto y por tráfico, se reporta que la presencia de los vehículos no afecta las frecuencias naturales de un puente [14]. Sin embargo, sí se ven alterados de manera significativa los valores de amortiguamiento.

El viento, que también es una forma de excitación muy práctica, se utiliza comúnmente para puentes de gran tamaño [15,16,20]. No obstante, este método presenta las mismas desventajas que se manifiestan en el caso del método del tráfico, con el agravante de que no necesariamente las pruebas son realizadas bajo condiciones normales de operación. Con relación al oleaje, en el caso de puentes en ambientes marinos, no existe información publicada en la que se reporte la utilización de esta forma de excitación. Por cuanto a los sismos, existen algunos trabajos que casualmente han medido vibraciones bajo estas condiciones [131].

En general, se encuentra que la excitación ambiental es apropiada para el estudio de puentes medianos y grandes (los grandes son aquellos con longitudes mayores a 70 metros), mismos que, casualmente, son los más difíciles de excitar por otros medios.

### **2.2.2 Excitación por Desplazamiento**

La técnica de excitación por desplazamiento consiste en la aplicación de una fuerza estática al puente (normalmente al centro), la cual induce un desplazamiento estático. Posteriormente, la carga se libera de manera instantánea, y el puente tiende a recuperar su punto de equilibrio, de manera semejante a un resorte al que se le aplica una fuerza que lo estira y luego se libera esta fuerza, oscilando de manera libre el resorte alrededor de su punto de equilibrio.

En la práctica este procedimiento se lleva a cabo mediante el uso de un dispositivo que aplica una fuerza que produce la deflexión en el puente y que, a su vez, permite liberar la carga de forma instantánea [21]. Esta técnica es apropiada para estudios de laboratorio, con puentes a escala o puentes cortos, y tiene la ventaja de que las cargas se pueden aplicar de forma vertical u horizontal [22], permitiendo ello excitar modos distintos de vibración. Mientras que esta técnica hace posible medir con bastante precisión los coeficientes de amortiguamiento, su principal desventaja es que los mecanismos mediante los cuales se produce el desplazamiento resultan ser complicados y de alto costo, particularmente para pruebas en campo.

### **2.2.3 Excitación por Liberación de Cargas**

El método de liberación de cargas aplica el mismo principio que los métodos de desplazamiento pero, en este caso, la vibración se genera cuando se libera del puente una carga significativa que normalmente se cuelga del centro del claro. A diferencia de los métodos de desplazamiento, esta técnica es de bajo costo y se puede aplicar en puentes largos. Por otra parte, tiene la desventaja de que sólo se aplica en dirección vertical y requiere de que no exista riesgo alguno por dejar caer la carga [16,23].

### **2.2.4 Excitación por Vibradores**

El empleo de vibradores se ha convertido en la técnica más empleada en últimas fechas, debido a que permite tener un control sobre la señal de excitación [24-28]. En este caso, es posible conocer la magnitud de la fuerza aplicada, empleando una señal de excitación predeterminada (senoidal, cuadrada, rectangular, etc.), ya

sea a una frecuencia fija o efectuando un barrido en un rango de frecuencia preestablecido [24] o bien, tener una señal aleatoria [26,29]. Por lo general, los vibradores son dispositivos servo-hidráulicos o electromecánicos que, según su tamaño, permiten aplicar fuerzas máximas que varían entre 5 y 90 kN.

En el estudio de caracterización dinámica de un puente se recomienda emplear ya sea señales aleatorias o un barrido senoidal. Cuando se requiere estudiar con mayor detalle una frecuencia natural del puente, es conveniente utilizar la señal senoidal a dicha frecuencia.

Una de las ventajas que tiene este método es que es muy versátil y permite hacer análisis modal [26,30], así como determinar las funciones de respuesta en frecuencia o funciones de transferencia [31]. La principal desventaja es que es costoso, además, la colocación y el manejo del vibrador son complicados. En todo caso, esta técnica requiere suspender el servicio del puente por un periodo importante de tiempo, tanto para la instrumentación como para la medición.

Un caso particular del método de vibradores es cuando se utiliza un péndulo que cuelga del puente [15]. Este péndulo puede variar su masa o longitud para variar la frecuencia de vibración, permitiendo estudiar las frecuencias naturales del puente de forma muy exacta y muy económica. Por otra parte, el péndulo no permite realizar un análisis de funciones de transferencia o un análisis modal completo.

Otro caso particular en relación a este método de excitación de estructuras, se deriva de utilizar vibradores con pulsos de corta duración. Para esto se puede aplicar el método del "chasquido" (*chirp*), propuesto por French y Gordon [32], definiendo un chasquido como una señal de excitación armónica variante en el tiempo, la cual, siendo capaz de excitar los modos de vibración de interés, es lo suficientemente rápida como para que las amplitudes de cada modo de vibración sean de magnitud adecuada para ser medidas una vez que la excitación se ha detenido. Aunque este método puede resultar adecuado para medir coeficientes de amortiguamiento de estructuras, aún existen algunos aspectos por investigar en cuanto a la forma de la función de excitación, ya que se ha encontrado que los factores de escalamiento de cada modo de vibración dependen no tan sólo de dicha función, sino también del tipo de estructura en particular que se esté estudiando.

### **2.2.5 Excitación por impacto**

En las pruebas de impacto por lo general se golpea al puente con una masa proporcionada al tamaño del mismo, y la masa normalmente forma parte de un martillo de impacto. En el caso de puentes cortos, esta técnica resulta ser muy eficiente, ya que el martillo es de bajo costo, fácil de utilizar y portátil.

Idealmente, la fuerza de excitación se mide mediante un transductor de fuerza colocado en la punta del martillo, con la desventaja de que no es fácil conocer la masa efectiva del martillo y, por lo tanto, la estimación de la fuerza puede ser poco exacta. Como una variante de esta técnica se han utilizado acelerómetros, que colocados sobre el otro extremo de la punta del martillo, miden directamente la aceleración de la excitación, presentando esta variante la desventaja de que debido al registro de las frecuencias naturales de vibración del brazo del martillo, algunos errores son involucrados. Por lo anterior es que se recomienda utilizar conjuntamente el transductor de fuerza y el acelerómetro, sirviendo este último para medir la fuerza de inercia de la masa fuera del plano del primer transductor.

Alrededor del diseño de los martillos de impacto se tienen dos conceptos principales. El primero, ejemplificado en la Figura 2.1 [33], ha sido utilizado en experimentos con puentes cortos con claros de 20 m [34], 24 m [24], 43 m [35] y 103 m [36], donde las masas de los martillos han sido de 20 Kg, 5.5 Kg, 40 Kg y 60 Kg respectivamente. Evidentemente, a medida de que el tamaño del puente es mayor, la masa del martillo se incrementa y, por lo mismo, el empleo de esta técnica se vuelve más complicado. En general, se recomienda el uso de este método para puentes menores de 30 m.

El otro concepto para el diseño de un equipo de impacto fue propuesto por Agardh [37] (ver Figura 2.2), el cual incluye pesos, una celda de carga, amortiguadores y una interfase. En este caso, el amortiguador absorbe la energía de impacto, aumentando con ello el tiempo de duración del impulso de excitación, el cual puede ser de 10 a 20 ms. La interfase debe ser de material suave para evitar el rebote de la masa, para lo cual se sugiere el uso de una cubierta de hule de 25 mm de espesor, colocada sobre una tela de 10 a 20 mm de espesor. Aunque este segundo principio de operación ha sido aplicado con éxito [31], presenta la desventaja de que es más costoso que el primero, aparte de las complicaciones de tener que controlar de manera precisa el tiempo de duración del pulso ( $t_0$ ). Este control de la duración del pulso tiene la finalidad de que se exciten las frecuencias importantes del puente, al emplear la siguiente relación [33]:

$$t_0 \leq \frac{0.44}{f_{max}} \quad (2.1)$$

donde  $f_{max}$  es la frecuencia más alta que se desea excitar, en Hz.



Figura 2.1 Martillo de impacto [33]



Figura 2.2 Sistema de impacto [37]

Adicionalmente, el filtro que se utilice para medir la respuesta del puente al impacto debe fijarse de acuerdo a la duración del impulso, con objeto de evitar la pérdida de información. Hunt [38] sugiere que la frecuencia límite del filtro ( $f_c$ ) se calcule a partir de:

$$f_c \geq \frac{1.5}{t_0} \text{ Hz} \quad (2.2)$$

De esta manera se encuentra que esta técnica resulta ser muy buena para estudios de análisis de vibraciones y modal de puentes cortos, recomendándose de manera particular para aquellos que tienen claros menores a 30 metros [38].

### **2.3 Transductores para Medición de Vibraciones**

Para la medición de la vibración de estructuras se han empleado diferentes tipos de transductores, a partir de principios de operación diferentes. Sin embargo, los que han resultado ser más efectivos son los acelerómetros, las galgas extensométricas y los medidores de desplazamiento y velocidad, siendo los primeros los de mayor uso actualmente. En las siguientes secciones se presenta una descripción y análisis de cada uno de éstos.

#### **2.3.1 Acelerómetros**

A diferencia de los acelerómetros mecánicos, cuyo funcionamiento se basaba en la vibración de una masa, los transductores de aceleración actuales operan electrónicamente, sin incluir componente mecánico alguno (Figura 2.3). Estos transductores están formados por un cristal de material piezoeléctrico el cual, al aplicársele una fuerza determinada, produce una diferencia de potencial proporcional a dicha fuerza. Esta señal de voltaje es recogida por un amplificador de carga, el cual produce una señal amplificada, misma que puede ser almacenada para llevar a cabo análisis posteriores (Figura 2.4).

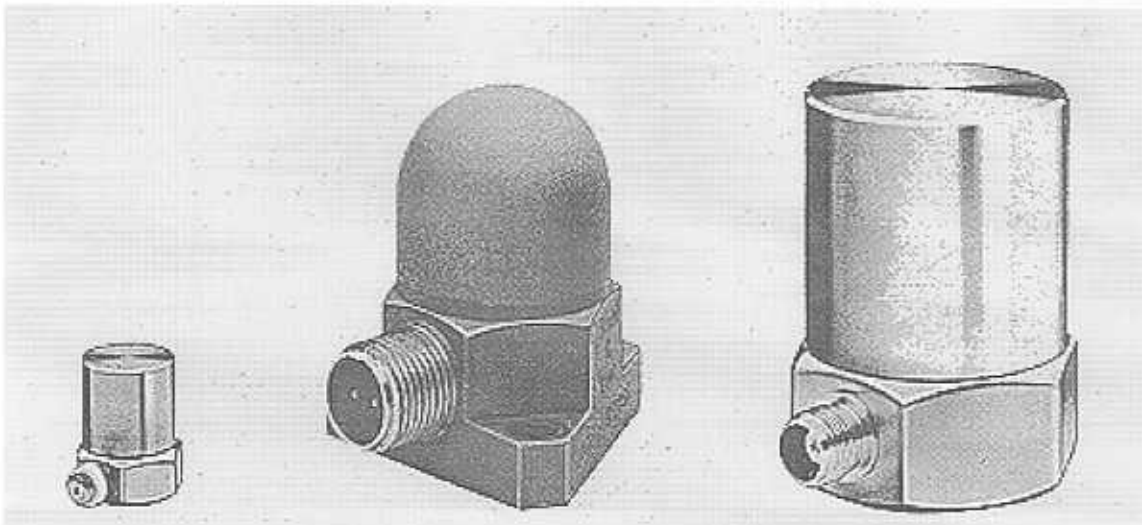


Figura 2.3 Acelerómetros piezoeléctricos

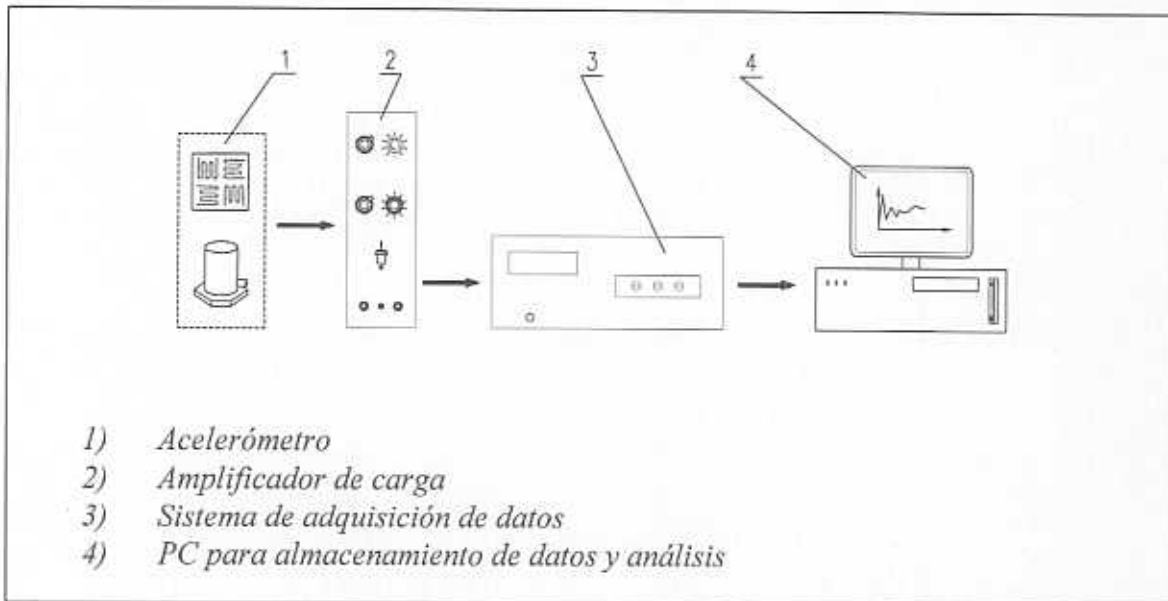


Figura 2.4 Instrumentación de un acelerómetro

A diferencia de los acelerómetros mecánicos, los piezoeléctricos no introducen resonancias asociadas al transductor mismo. No obstante que presentan una frecuencia de resonancia eléctrica, ésta por lo común no afecta la medición llevada a cabo, dado que su valor es muy alto respecto al rango de interés comúnmente asociado a estas mediciones.

Por otra parte, estos acelerómetros tienen un tamaño relativamente pequeño, y resultan sumamente confiables. Para aplicaciones en el estudio de vibraciones en puentes se requiere que estos instrumentos tengan una alta sensibilidad a frecuencias muy bajas (entre 0.01 y 20 Hz), lo que implica que el tamaño del cristal sea relativamente más grande, con lo que el costo es significativamente más alto. Para estas aplicaciones, el rango de aceleración que debe cubrir este tipo de transductores es de  $\pm 1.0 \text{ g}$  ( $1 \text{ g} = 9.81 \text{ m/seg}^2$ ).

Una ventaja de los acelerómetros piezoeléctricos es que pueden ser colocados en diferentes posiciones, midiendo vibraciones en cualquiera de las tres direcciones de oscilación que pueda presentarse en la estructura [20,22,27,34].

### 2.3.2 Galgas Extensométricas

Las galgas extensométricas o *strain gages*, son dispositivos que miden microdeformaciones puntuales del elemento estructural donde se instrumentan.

Por su naturaleza, son evaluaciones particularmente localizadas y no necesariamente reflejan el comportamiento global del elemento o de la estructura que se está estudiando.

Existen diferentes tipos de galgas extensométricas, siendo las de tipo resistivo las más comúnmente empleadas y económicas. No obstante, estas galgas resistivas presentan el inconveniente de que su instalación es compleja, dada la preparación superficial y el procedimiento de instrumentación que requieren.

En estos tipos de instrumentos, a partir de las deformaciones medidas se infieren los esfuerzos dinámicos. Al respecto, si la selección del punto es adecuada, las mediciones pueden ser empleadas para el análisis modal o para la evaluación del comportamiento vibratorio de las estructuras [39].

### **2.3.3 Transductores de Desplazamiento**

En el estudio de las vibraciones en puentes, una buena opción de caracterización consiste en medir los desplazamientos dinámicos de sus estructuras, empleando para ello transductores de desplazamiento de alta precisión. Aunque este tipo de instrumentos es preciso y de alta resolución, tienen el inconveniente de que requieren de una plataforma inercial, la cual normalmente es difícil o imposible de instalar. Una alternativa costosa pero efectiva, es el uso de transductores láser [40], los cuales permiten colocar la plataforma inercial en puntos accesibles y relativamente lejos del puente.

### **2.3.4 Transductores de Velocidad**

Con los transductores de velocidad es posible realizar el estudio de vibraciones dinámicas, midiendo para ello la velocidad de desplazamiento del punto instrumentado. Normalmente, estos instrumentos tienen rangos de respuesta a baja frecuencia, por lo que resultan ser adecuados en estudios en puentes. Sin embargo, dado que su rango de precisión no es tan alto comparado con la respuesta de los acelerómetros, se utilizan cada vez menos. Es importante mencionar que este tipo de sensores están diseñados para trabajar mediante algún sistema mecánico de resorte, por lo que las frecuencias naturales del transductor deben ser consideradas en la medición, con objeto de evitar que influyan en las mediciones realizadas.

## **2.4 Procedimientos de Prueba**

Para que un determinado procedimiento de prueba asociado al estudio de puentes pueda ser considerado como válido, a continuación se describen algunas de las condiciones que se deben verificar. Los requisitos descritos más adelante,



por razones obvias, no se aplican para excitaciones ambientales, sin embargo, sí son aplicables para aquellas que se dan por desplazamiento, liberación de cargas, impacto o mediante vibradores.

Para que un estudio de vibraciones en un puente pueda ser calificado como exitoso, debe incluir mediciones a varias frecuencias, y se debe verificar la respuesta del puente en un amplio rango de interés. Los aspectos más importantes que se deben revisar son:

(I) Linealidad

Con relación a la linealidad, es importante conocer en el puente estudiado el comportamiento de la respuesta con respecto a la amplitud de excitación y determinar el grado de proporcionalidad que tiene. Por ejemplo, estudios realizados por Eyre y Tilly [41], demuestran que en un determinado tipo de puentes, el coeficiente de amortiguamiento varía con la amplitud de impacto.

(II) Repetibilidad

Para cada condición de excitación del puente y combinación de mediciones, deben realizarse varias pruebas las cuales permitan verificar el grado de repetibilidad que la prueba tiene. De lo contrario, la interpretación de los resultados podría ser errónea.

(III) Reciprocidad

La reciprocidad es una condición que se debe cumplir y se puede verificar a través del análisis de las funciones de transferencia entre dos puntos A y B, primero excitando el punto A y midiendo en el B y posteriormente, excitando el punto B y midiendo en el A. El resultado de las funciones de transferencia debe ser el mismo.

(IV) Sensibilidad a los Cambios en las Condiciones de Prueba

En general, al diseñar un procedimiento de prueba se debe buscar que no existan cambios en las condiciones ambientales que afecten sensiblemente el comportamiento dinámico del puente. Por lo tanto, es necesario evaluar qué factores pudieran variar y determinar si las variaciones afectarán los resultados durante la realización de las pruebas. En caso de que existan variaciones y afectaciones a las mediciones, las condiciones ambientales deberán incluirse en el análisis.

(V) Número de Puntos a Instrumentar

Para el análisis modal de puentes, en el que la respuesta dinámica de determinados modos de oscilación es establecida, es necesario tener un conjunto de puntos identificados sobre el puente, en los cuales sea medida la respuesta del puente ante la aplicación de las fuerzas de excitación, mismas que serán aplicadas en un subconjunto de dichos puntos identificados. Al respecto, y para determinar el número de puntos instrumentados ( $N$ ), que se requieren para medir hasta el  $n$ -ésimo modo de vibración, se utiliza la siguiente relación:

$$N \geq 2n - 1 \quad (2.3)$$

De acuerdo con esta fórmula (3), para medir hasta el cuarto modo de vibración longitudinal de un puente se requieren 7 puntos distribuidos a lo largo del mismo. Si se desea medir el tercer modo de vibración transversal se requieren 5 puntos distribuidos a lo ancho del puente. Ahora bien, si se quiere medir simultáneamente el cuarto modo longitudinal con el tercer modo transversal, se requiere trazar una malla sobre el puente de 5X7 para instrumentar los 35 puntos que se requieren.

En estudios realizados para análisis modal se han reportado mallas de 5X5 [42], de 5X11 [36] y 4X12 [35]. Si bien el tener muchos puntos instrumentados permite obtener más información sobre el comportamiento dinámico de un puente, se debe también considerar que el costo de instrumentación se eleva en la misma proporción que el número de puntos de medición y que, además, el proceso de análisis de la información se complica y requiere de instrumentos o paquetes de cómputo cada vez más complicados.



### 3. Métodos de análisis dinámico aplicados al estudio de puentes

---

#### 3.1 Introducción

El análisis experimental de la respuesta dinámica de una estructura tipo puente no es una tarea fácil, requiriendo por lo general de un complicado sistema para el procesamiento de la información, en el que la cantidad de datos requeridos crece en proporción al incremento tanto de la precisión como del nivel de detalle deseados. Adicionalmente, en este tipo de análisis intervienen una serie de variables y parámetros relacionados con las condiciones de medición, los cuales, al influir significativamente los resultados, deben ser considerados explícitamente.

El conocimiento de los distintos métodos aplicables al análisis dinámico de estructuras, es fundamental para definir la configuración y el procedimiento experimental a usarse en un caso determinado, así como para saber las limitaciones y alcances que tiene cada uno de estos métodos.

Como consecuencia de lo anterior, en esta sección se presenta una descripción general de algunos de los métodos más comúnmente empleados para el análisis dinámico de los puentes. Estos métodos pueden clasificarse, de manera muy general, de la siguiente manera:

- a) Métodos para el análisis modal y vibraciones.
- b) Método de las funciones de respuesta en frecuencia (FRF).
- c) Métodos de análisis de sensibilidad.
- d) Métodos por simulación.
- e) Métodos de análisis por *wavelets*.

#### 3.2 Métodos para el análisis modal y vibraciones

Los métodos de análisis de Fourier constituyen las primeras herramientas matemáticas empleadas para modelar el comportamiento de sistemas dinámicos. Así, empleando estos métodos es posible identificar las frecuencias o periodos característicos de vibración de un sistema. Sobre este tema existe una amplia variedad de libros y reportes [43,44], sin embargo, para el propósito de este trabajo, es importante destacar que el Análisis de Fourier se basa en el hecho de que la función en el tiempo es periódica, y que representa el comportamiento dinámico de un sistema lineal. De esta forma, al tratar con funciones transitorias o aleatorias, o al estar asociadas estas funciones a sistemas no lineales, el Análisis de Fourier es aproximado y requiere de consideraciones adicionales.

Para el caso más simple de una función estacionaria y periódica  $f(t)$ , se puede demostrar que ésta puede expresarse como una combinación lineal de funciones senos y cosenos, de la siguiente forma [43]:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \text{sen}(n\omega_0 t)] \quad (3.1)$$

donde,

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen}(n\omega_0 t) dt$$

en donde  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ , es la frecuencia fundamental,  $T$  es el período de la función y los coeficientes  $a_n$  y  $b_n$  son constantes cuya magnitud indica el grado de participación de la frecuencia  $\omega_n$  en la descomposición de la función original. En este caso, el espectro de frecuencias se discretiza en intervalos de la frecuencia fundamental. Cuando se generaliza a un espectro de frecuencia continuo, se obtiene la denominada transformada de Fourier, definida por:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.2)$$

Para el caso particular de los puentes, y cuando se supone a éstos como estructuras homogéneas y lineales, el análisis dinámico se puede analizar mediante el modelo descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + ky = f(t) \quad (3.3)$$

en donde  $y(\bar{r}, t)$  representa los desplazamientos en función del vector de posición  $\bar{r}$  y del tiempo  $t$ ,  $m$  la masa del sistema,  $c$  la constante de amortiguamiento viscoso,  $k$  la constante de rigidez y  $f(t)$  la fuerza externa aplicada al puente como función del tiempo.

Cuando se analiza el caso de vibración libre unidimensional, es decir,  $f(t) = 0$ , la solución de esta ecuación está dada por [44]:

$$y(t) = e^{-\zeta\omega t} \left( y_0 \cos \omega_d t + \frac{\dot{y}_0 + \zeta\omega y_0}{\omega_d} \operatorname{sen} \omega_d t \right) \quad (3.4)$$

en donde  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  se define como la frecuencia no amortiguada,  $\zeta = \frac{c}{c_c}$  es el factor de amortiguamiento,  $c_c = 2\sqrt{km}$  es la constante de amortiguamiento crítico,  $\omega_d = \omega\sqrt{1-\zeta^2}$  es la frecuencia de vibración amortiguada y  $y_0, \dot{y}_0$  son, respectivamente, el desplazamiento y velocidad al tiempo  $t = 0$  o iniciales.

Para casos más generales, el Análisis de Fourier se puede emplear para resolver la ecuación (3.3), de donde resulta:

$$Y(\omega) = [H(\omega)] F(\omega) \quad (3.5)$$

donde  $Y(\omega)$  y  $F(\omega)$  son, respectivamente, la transformada de Fourier de la excitación y de los desplazamientos del puente. En esta ecuación (3.5),  $H(\omega)$  se denomina función de respuesta en frecuencia y depende únicamente de las propiedades del puente, es decir, es independiente de la fuerza de excitación. De esta función de respuesta en frecuencia se pueden obtener las frecuencias naturales  $\omega_n$  y los factores de amortiguamiento  $\zeta_n$  asociados a esas frecuencias, que son los dos parámetros asociados a la dinámica del sistema analizado, más significativos para dar una descripción general del comportamiento del mismo. En la práctica, las frecuencias naturales se calculan de los valores de las frecuencias amortiguadas que se obtienen de los valores máximos de la función de respuesta en frecuencia (ver figura 3.1), que se pueden considerar iguales cuando el factor de amortiguamiento es muy pequeño. El factor de amortiguamiento se estima con la ecuación (3.6), utilizando el ancho del pico  $\Delta\omega$  que se tiene a una amplitud de  $\frac{A_M}{\sqrt{2}}$ , donde  $A_M$  es la amplitud máxima a la frecuencia  $\omega_n$  [45,46] (ver figura 3.2):

$$\zeta_n = \frac{\Delta\omega}{2\omega_n} \quad \text{para } \zeta_n < 0.1 \quad (3.6)$$

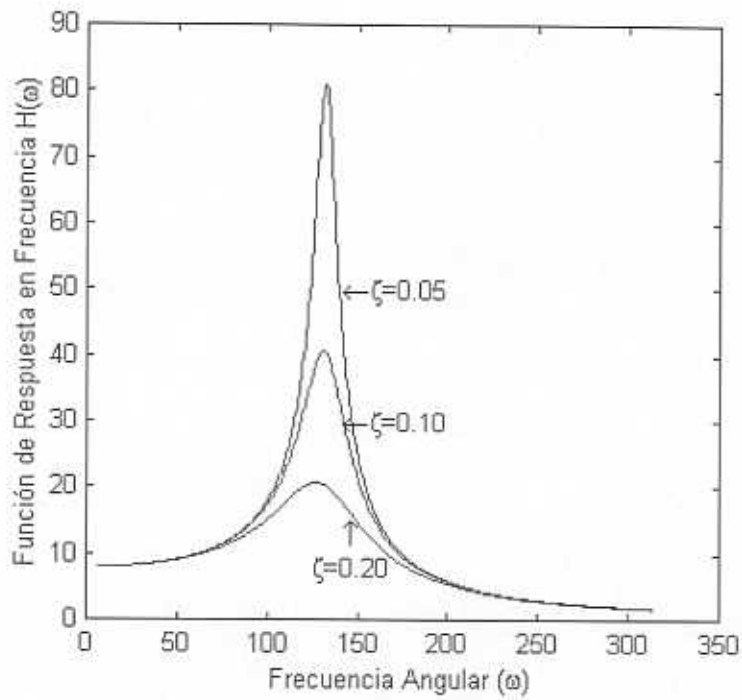


Figura 3.1 Efecto comparativo del factor de amortiguamiento

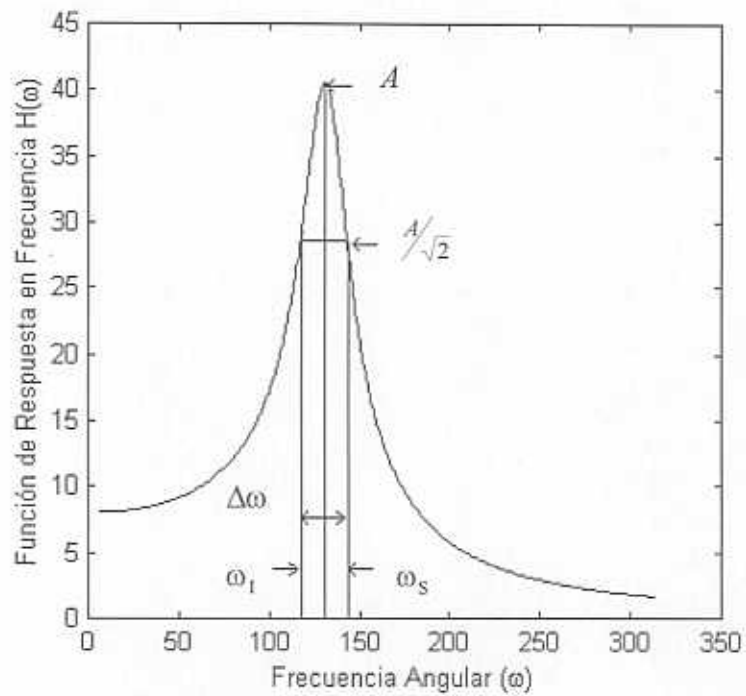


Figura 3.2 Trazo Geométrico para el Cálculo del Factor de Amortiguamiento

Otras expresiones comúnmente empleadas para calcular el factor de amortiguamiento, son:

$$\zeta_n = \frac{\omega_s - \omega_l}{\omega_s + \omega_l} \quad (3.7)$$

$$\zeta_n = \frac{1}{2} \left( \frac{\omega_s^2 - \omega_l^2}{\omega_s^2 + \omega_l^2} \right) \quad (3.8)$$

$$\zeta_n = A[1 - 3A^2] \quad \text{con} \quad A = \frac{\omega_s - \omega_l}{\omega_s + \omega_l} \quad (3.9)$$

$$\zeta_n = \frac{A}{2} \left[ 1 - \left( \frac{A}{2} \right)^2 \right] \quad \text{con} \quad A = \frac{\omega_s - \omega_l}{\omega_s + \omega_l} \quad (3.10)$$

$$\zeta_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{A^2 + 1}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.11)$$

donde  $A = \frac{\omega_s^2 - \omega_l^2}{\omega_s^2 + \omega_l^2}$  y  $\zeta < 0.3$

Se entiende que  $\omega_l$  y  $\omega_s$  son respectivamente los valores de la frecuencia menor y mayor en el que la amplitud es igual a  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  de la amplitud máxima.

En análisis experimentales, en los que la fuerza externa es una función de impulso, o se asemeja lo más posible a ésta, se puede decir que la transformada de Fourier de los desplazamientos medidos  $Y(\omega)$  es igual a la función de respuesta en frecuencia y, por lo tanto, los parámetros dinámicos se pueden obtener de una prueba experimental.

En ocasiones, cuando la vibración es libre y corresponde a una sola frecuencia, es posible calcular el factor de amortiguamiento midiendo el decaimiento logarítmico de una señal obtenida en el tiempo (ecuación 3.12).

$$\zeta = \frac{\ln \left( \frac{A_1}{A_2} \right)}{2 \pi n} \quad (3.12)$$



Para la ecuación anterior, los valores de  $A_1$  y  $A_2$ , son la amplitud máxima de dos ciclos de vibración, separados  $n$  ciclos.

Al efectuar el Análisis Modal de un sistema, además de evaluar los dos parámetros dinámicos que se mencionaron anteriormente, esto es, el factor de amortiguamiento y la frecuencia natural, se considera también la forma de vibrar de la estructura, asociada a cada una de las frecuencias naturales ya identificadas. Esto último significa encontrar los vectores característicos  $\underline{v}_i$  correspondientes a la ecuación:

$$\left( M\omega_i^2 + C\omega_i + K \right) \underline{v}_i = 0 \quad (3.13)$$

Para establecer experimentalmente estos valores de frecuencias de vibración naturales, es necesario disponer de mediciones simultáneas en distintos puntos de la estructura, cuyo número depende del modo máximo que se desee registrar, tal y como se menciona en la sección 1.4.

En el análisis modal se estudian las señales de vibración medidas en la estructura, aplicando dos enfoques. El primero consiste en la generación de una imagen de cómo el puente o la estructura se está deformando durante su respuesta dinámica, lo cual se lleva a cabo mediante la medición simultánea de los desplazamientos en diversos puntos de la estructura, efectuando un monitoreo de los desplazamientos. De esta manera, realizando este seguimiento de las señales de respuesta durante un tiempo igual al período correspondiente a la frecuencia ya identificada, es posible identificar el modo de vibración del puente a esa frecuencia, pudiendo quedar registrada en una imagen. El segundo enfoque consiste en el empleo de la correlación cruzada de las diferentes señales, utilizando el Análisis de Fourier para obtener las funciones de coherencia y ángulo de fase, de los cuales se infieren los modos de vibración del puente [45].

Para efectuar el análisis modal cuando las fuerzas de excitación son aleatorias es necesario realizar, adicionalmente a lo ya explicado, el análisis estadístico de las señales y filtrado del ruido, así como aplicar una serie de técnicas que permiten tomar en cuenta las variaciones en la excitación y en la respuesta dinámica del puente [47]. Al respecto, existen trabajos que incorporan teorías basadas en los métodos de Markov de descripción de procesos estocásticos no lineales, los cuales han resultado satisfactorios en sistemas de uno y dos grados de libertad [50].

Es importante señalar que siendo el análisis modal y de vibraciones, adecuado para sistemas lineales, no se pueden excluir a los sistemas no lineales, para los cuales es necesario tomar en cuenta ciertas consideraciones experimentales [48]

y teóricas [49] adicionales. De esta manera, existe una amplia gama de investigaciones sobre sistemas no lineales, tanto estáticos como dinámicos, en donde, para el caso de sistemas con un bajo grado de no linealidad - como ocurre en la mayoría de los casos de estructuras - es posible utilizar la teoría variacional o la de perturbaciones [51]. En particular, al emplear aproximaciones de espacios invariantes [52] o de perturbaciones [53] a sistemas discretizados mediante procedimientos de Galerkin, los modos característicos de vibración se establecen con bastante buena precisión.

### 3.3 Método de las funciones de respuesta en frecuencia (FRF)

Si la ecuación de movimiento (3.3) es generalizada para un conjunto de elementos o sistemas, se obtiene lo siguiente:

$$M \ddot{\underline{y}} + C \dot{\underline{y}} + K \underline{y} = \underline{f}(t) \quad (3.14)$$

en donde  $M$ ,  $C$  y  $K$  son, respectivamente, las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema, incorporando en ellas las propiedades del sistema dinámico. Cuando el puente presenta un comportamiento lineal, estas tres matrices son constantes. Para los casos no lineales, estas propiedades son funciones de la geometría, del tiempo y/o de la amplitud de las vibraciones.

Si a la ecuación 3.14 se le aplica la transformada de Fourier, se obtiene:

$$\left[ M\omega^2 + C\omega + K \right] \left[ Y(\omega) \right] = \left[ F(\omega) \right] \quad (3.15)$$

en donde la matriz de funciones de respuesta en frecuencia queda definida de la siguiente manera:

$$\left[ H(\omega) \right] = \left[ M\omega^2 + C\omega + K \right]^{-1} = \left[ Y(\omega) \right] \left[ F(\omega) \right]^{-1} \quad (3.16)$$

Al igual que para el caso de un grado de libertad, la matriz de funciones de respuesta en frecuencia (FRF), es independiente de la fuerza de excitación y es función únicamente de las propiedades de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema. Por lo tanto, el analizar la matriz de FRF, equivale a estudiar las características intrínsecas de la estructura misma, y cualquier variación en esta matriz es consecuencia de variaciones en las propiedades de la estructura.

De acuerdo con lo anterior, el análisis de FRF es el estudio de las características de la matriz  $[H(\omega)]$ , la cual contiene toda la información de las propiedades estructurales de un puente, por complejo que éste sea.

Observando la expresión (3.16), es evidente que para conocer la matriz de FRF se deben calcular primero los vectores de desplazamientos y fuerzas en términos de su transformada de Fourier. Por lo tanto, en una prueba cuya finalidad sea la de medir estas FRF, es necesario medir tanto la fuerza de excitación como los desplazamientos resultantes. De acuerdo con esto, la caracterización de los puentes empleando vibradores o dispositivos de impacto para excitarlos, resulta ser de lo más práctico, ya que con estos esquemas se pueden conocer los datos de la excitación. En oposición, una excitación aleatoria requiere de la evaluación estadística tanto de ésta como de la respuesta promedio obtenida.

Desde el punto de vista de la evaluación experimental de puentes, la obtención de la matriz de funciones de respuesta en frecuencia  $[H(\omega)]$  es una tarea de mayor complejidad en comparación con la realización del análisis modal; no tan sólo por la necesidad de utilizar una mayor cantidad de transductores de medición, sino porque además se requiere de un poderoso sistema de procesamiento de datos que permita tanto manejar el alto volumen de información como interpretar los resultados que corresponden a efectos de comportamiento local y global del sistema, ambos totalmente ligados entre sí.

### **3.4 Métodos de análisis de sensibilidad**

Las características de una estructura pueden ser estudiadas a partir de sus parámetros modales (frecuencias naturales y sus modos dinámicos asociados), o mediante sus parámetros estructurales (masa, amortiguamiento y rigidez). Tomando en cuenta que las características de vibración de una estructura son de naturaleza global, las propiedades y variaciones de los parámetros estructurales de la misma pueden ser analizados a través de estas características de vibración de la estructura. En este caso, el problema fundamental es saber cómo es que se relacionan los parámetros modales con los estructurales, y determinar qué tanto cambian unos con respecto a las variaciones de los otros. Mientras que el primer aspecto está resuelto con las funciones de respuesta en frecuencia, el segundo se aborda mediante el análisis de sensibilidad. Es importante destacar que los estudios de sensibilidad se emplean para seleccionar las variables dinámicas importantes del sistema, contando así con criterios para simplificar el análisis de estructuras complejas, definiendo estrategias consecuentes de instrumentación para la realización de pruebas. Asimismo, estas pruebas de sensibilidad sirven para caracterizar el efecto que los errores en la medición o las variaciones

estadísticas de eventos aleatorios tienen sobre los datos obtenidos experimentalmente [54].

Como ejemplo de un análisis de sensibilidad, considérese el caso más simple, tomando a las frecuencias  $\omega_i$  (con  $i=1,\dots,m$ ), como los únicos parámetros modales y a los valores de rigidez  $k_j$  (con  $j=1,\dots,n$ ), como los parámetros estructurales importantes. Calculando ahora la matriz de sensibilidad, definida de la siguiente manera:

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \partial \omega_i \\ \partial k_j \end{array} \right\} \quad (3.17)$$

en donde los elementos  $s_{ij}$  de valores más altos corresponden a los elementos  $k_j$  para los cuales la frecuencia  $\omega_i$  es más sensible. Dado que los valores anteriores pueden ser muy variados, es conveniente normalizar los vectores  $s_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{in})$  y considerar únicamente los elementos significativos cuando éstos son mayores a un determinado porcentaje del valor de la norma. El valor del porcentaje depende del tipo de norma que se utilice y del nivel de dependencia al que se desee llegar. Cuando es posible identificar los elementos estructurales principales, se puede seleccionar, con base en el estudio de sensibilidad, el subconjunto de frecuencias para las cuales el subconjunto de elementos de rigidez son significativos. De esta manera es posible, mediante un estudio experimental, establecer los puntos de instrumentación de acuerdo con las frecuencias que se quieren medir. De la misma manera, es posible establecer el nivel de cambio en las frecuencias de acuerdo al cambio en la rigidez y, por consiguiente, determinar si los cambios significativos en el segundo parámetro pueden ser medidos experimentalmente.

### 3.5 Métodos de simulación

El estudio del comportamiento dinámico de estructuras se ha visto beneficiado en los últimos años, como consecuencia del desarrollo de los sistemas de cómputo y métodos numéricos. En general, los métodos de simulación consisten en resolver numéricamente las ecuaciones diferenciales que resultan del desarrollo del modelo matemático que representa el sistema físico en estudio. El modelo matemático puede tener diferentes características, dependiendo del objeto en estudio, sin embargo, para el caso de estructuras, el más simple es el que se representa mediante ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden, esto es:

$$M \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + C \frac{d\mathbf{x}}{dt} + K\mathbf{x} = \mathbf{F}(t) \quad (3.18)$$

que de forma simplificada se puede re-escribir de la forma:

$$\frac{dy}{dt} = \mathbf{f}(y,t) \quad (3.19)$$

en donde  $y$  y  $\mathbf{f}$ , son vectores.

Para resolver el conjunto de ecuaciones diferenciales de la expresión (3.19), es posible emplear distintos esquemas numéricos. Uno de ellos consiste en la simplificación de parámetros concentrados, utilizando métodos numéricos (Runge-Kutta, Euler, etc ) para la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias resultantes [55]. Para este primer esquema es posible emplear esquemas explícitos o implícitos [56], o de paso fijo o paso variable. En general, la principal limitante respecto a la elección del método numérico a emplear, será la dinámica del modelo, la cual queda representada por los valores del jacobiano del sistema, esto es:

$$\mathbf{J} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial f_i}{\partial y_j} \end{array} \right\} \quad (3.20)$$

en donde, para que el modelo sea estable y se pueda integrar en el tiempo, la parte real de los valores del Jacobiano deberá ser negativa. Asimismo, y en función de su magnitud y del valor de su parte compleja, se debe seleccionar el método para que éste también sea estable.

Otra forma de resolver la ecuación (3.19) es con esquemas de diferencias finitas, que fundamentalmente discretizan las ecuaciones en el espacio y tiempo, lo que conduce a un sistema de ecuaciones no lineales que se pueden resolver por esquemas iterativos [57]. Para la definición de los intervalos de discretización se debe considerar el criterio de Courant [58], en el que la razón del intervalo de tiempo al intervalo en el espacio debe ser menor que una constante que depende del problema en particular. La principal dificultad de estos métodos es que el sistema resultante normalmente es complejo y que contiene un gran número de elementos, requiriendo amplios recursos de cómputo.

Un tercer esquema para la solución de la ecuación (3.19) y, de hecho, el más empleado, es el que se basa en el método del elemento finito (MEF). Al respecto, existe una muy amplia literatura sobre la técnica de elementos finitos [59,60], y de su aplicación al análisis de estructuras y puentes [61-64]. Estos métodos se basan en el principio de discretización e interpolación de valores, reduciendo el número de variables respecto a las diferencias finitas, y dando mayor versatilidad en el estudio de problemas estructurales y mecánica del medio continuo. A la fecha, se han desarrollado varios paquetes computacionales para resolver problemas con

elementos finitos [65-67], cuyo empleo es relativamente fácil. Sin embargo, es necesario garantizar en cualquier estudio de simulación, para que los resultados sean confiables, un mínimo de conocimientos, tanto en los principios básicos de la teoría numérica como de las condiciones del modelo físico. Particular atención se debe poner en el esquema de discretización y en la definición de las condiciones de frontera; ambos influyen significativamente sobre los resultados obtenidos. Al final de esta publicación se presenta el desarrollo de un modelo basado en el MEF.

En general, la ventaja de los métodos de simulación respecto a las aproximaciones experimentales, es que los primeros permiten realizar estudios en condiciones muy variadas e incluso extremas. De igual manera, estos métodos posibilitan el mejoramiento de los diseños o re-estructuraciones de los puentes, lo cual se realiza de manera versátil y a un costo relativamente bajo. Actualmente, los estudios de simulación forman parte importante de cualquier estudio de ingeniería y son el complemento a los trabajos de diseño y experimentación.

### 3.6 Métodos de análisis por *wavelets*

El concepto fundamental de los *wavelets* es el de analizar una señal empleando escalas de tiempo y frecuencia, las cuales estén formadas por funciones con propiedades tales que sirvan de base ortogonal para expresar una función cualquiera en términos de dicha base. Este concepto no es reciente, ya que a principios del siglo XIX Joseph Fourier descubrió la posibilidad de representar a una función como una superposición de senos y cosenos. En el análisis con *wavelets* la escala toma un papel fundamental, haciendo posible procesar información con diferentes resoluciones y escalas, siempre y cuando exista una relación entre ambas. Por ejemplo, si una señal determinada se analiza con una "ventana" muy ancha, se podrán estudiar aspectos generales y no finos de dicha señal; sin embargo, si se estudia con una "ventana" pequeña, se podrán apreciar aspectos locales y muy particulares de la señal. El objeto del análisis con *wavelets* es poder estudiar ambos aspectos al mismo tiempo, tanto los particulares como los generales.

El procedimiento de análisis con *wavelets* comienza con la definición de una función *analizadora*, la cual toma valores finitos en un dominio determinado y cero fuera de ese dominio. Esta función cumple con ciertos requisitos y, sobretodo, sirve como función generadora de una base ortogonal en el espacio de funciones, la cual se obtiene contrayendo o dilatando la función analizadora, hasta obtener las componentes de alta y baja frecuencia, respectivamente. En la práctica no es necesario tener definida matemáticamente la función analizadora, siendo posible demostrar que para representar una señal en términos de su expansión *wavelet*, son necesarios únicamente los coeficientes de la combinación lineal de las funciones *wavelet*. Esto último significa que una vez definidos los coeficientes

antes referidos, ya sea para una familia o para varias familias de *wavelets*, es posible realizar el análisis de cualquier función o señal para esas familias, sin necesidad de tener explícitamente definida la función analizadora, pudiéndose realizar todas las operaciones utilizando sólo estos coeficientes.

Recientemente se ha aplicado el análisis de *wavelets* en campos tan diversos como la astronomía, la ingeniería nuclear, la codificación de señales, el procesamiento de imágenes y señales, la neuropsicología, la música, la obtención de imágenes por resonancia magnética, la óptica, los estudios de turbulencia, la predicción de sismos, el radar, la visión humana y la solución de ecuaciones diferenciales parciales [68].

### 3.6.1 Teoría de *wavelets*

En 1807 J. Fourier desarrolló la teoría para efectuar análisis en frecuencia, con lo que demostró que una función periódica  $f(t)$  puede ser expresada como una serie de sumatorias de funciones senos y cosenos, según la ecuación (3.1), denominada Serie de Fourier. Posteriormente, este análisis se extendió para definir la llamada transformada de Fourier, en la que la sumatoria cambia a integral, según la expresión (2), con lo que se cubre un espectro continuo en frecuencia.

El primer trabajo que menciona los *wavelets* lo desarrolló A. Haar en 1909, definiendo una función analizadora (Figura 3.3), la cual cumple con las condiciones de ortogonalidad y de valor cero fuera de un intervalo finito. Sin embargo, tal función analizadora no resultó de clase  $C^1$ , es decir, continua diferenciable, lo que la limita actualmente en algunas aplicaciones. En los años 30, los físicos investigaron la representación de funciones con base en funciones de escala variable [69].

Para comprender el concepto de la base de funciones de escala variable, considérese un vector de dos dimensiones  $(x,y)$ . Se sabe que en una determinada base este vector se puede expresar como una superposición lineal, de tal manera que  $(x,y) = x \cdot (1,0) + y \cdot (0,1)$ , en donde  $(1,0)$  y  $(0,1)$  son la base ortogonal del plano en dos dimensiones. De igual manera considérese una base para el espacio de funciones  $\{\phi_k\}$ , la cual cumpla con las condiciones de ortogonalidad,  $\langle \phi_k, \phi_l \rangle = \delta_{kl}$ , donde el producto interno se define como:

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(t) \cdot g^*(t) dt \quad (3.21)$$

entonces, cualquier función  $f(t)$  puede ser expresada como una combinación lineal de la base  $f(t) = \sum \mu_k \phi_k(t)$ , donde  $\mu_k = \langle f(t), \phi_k(t) \rangle$ , son los coeficientes para cada vector de la base. Cabe mencionar que esta base puede ser finita o infinita.

Una base de funciones de escala variable se genera seleccionando un intervalo finito de una función determinada, y luego escalando el tamaño del dominio de esa misma función. Por ejemplo, si se tiene una señal en un dominio de 0 a 1, ésta se puede dividir en una función compuesta, donde se escala la primera en los intervalos de dominio de 0 a  $\frac{1}{2}$  y luego de  $\frac{1}{2}$  a 1, repitiendo esto mismo para los intervalos de 0 a  $\frac{1}{4}$ , de  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{1}{2}$ , de  $\frac{1}{2}$  a  $\frac{3}{4}$ , y de  $\frac{3}{4}$  a 1. Este proceso se puede repetir varias veces y cada representación de la señal original tiene su particular resolución y escala. En este ejemplo, el número de veces que se repite la función original va de acuerdo con el nivel de escala, es decir, para el nivel cero se repite  $2^0$ , para el nivel 1 se repite  $2^1$ , para el nivel 2 se repite  $2^2$ , y así sucesivamente. Es por lo anterior que cada nivel de escala tiene asociado, dependiendo de las características de la señal original, un rango de frecuencias y, por lo tanto, una señal que se analice puede tener una representación diferente en diversos niveles. Si se define una función analizadora  $\Psi(x)$ , entonces su base ortogonal escalada se puede definir de la siguiente manera:

$$\Psi_{(\tau,s)}(t) = 2^{-\frac{s}{2}} \Psi(2^{-s}t - \tau) \quad (3.22)$$

A partir de esto es posible definir a la transformada discreta *wavelet* como:

$$WT(t) = \sum_{k=-1}^{N-2} (-1)^k c_{k+1} \Psi(2t + k) \quad (3.23)$$

Mientras que la transformada continua *wavelet* se define como:

$$WT_x^w(\tau,s) = \Psi_x^w(\tau,s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \Psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad (3.24)$$

Como se puede observar, transformada *wavelet* es función de dos variables,  $\tau$  y  $s$ , las cuales son los parámetros de traslación y escala, respectivamente, siendo  $\Psi(t)$  la función analizadora.

Dependiendo de cómo se definan las funciones analizadoras, pueden existir diferentes familias de *wavelets*. Algunas de las más comunes son las de Daubechies [70], Coiflet, Haar y Symmlet, mostradas en la Figura 3.3.



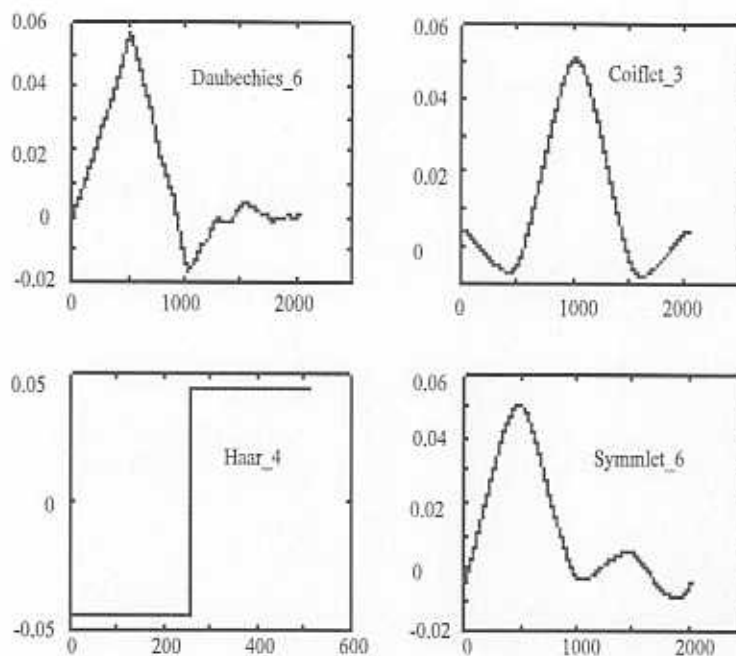


Figura 3.3 Diferentes tipos de funciones analizadoras

### 3.6.2 Análisis comparativo con la Transformada de Fourier

Con objeto de observar las diferencias entre los dos procedimientos de análisis, en este apartado se analizan comparativamente las transformadas *wavelet* y de Fourier. Para realizar este análisis, consideremos primero la función siguiente:

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \cos(2\pi \cdot 5t) + \cos(2\pi \cdot 10t) \\
 & + \cos(2\pi \cdot 20t) + \cos(2\pi \cdot 50t)
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

En la Figura 3.4 se representa esta función en un segundo de tiempo, en la Figura 3.5 se muestra la transformada de Fourier de esta misma función.

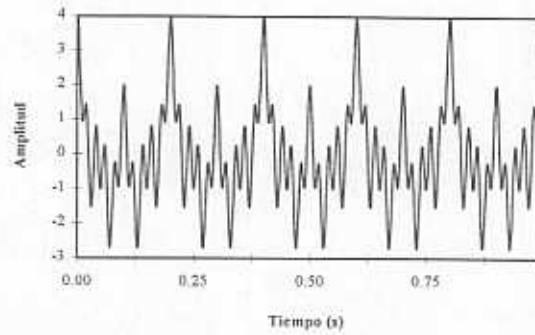


Figura 3.4 Función de la ecuación (3.25)

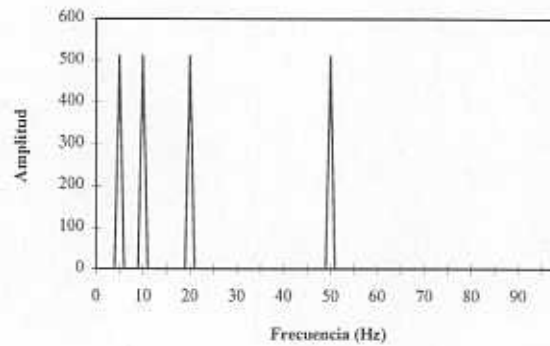


Figura 3.5 Transformada de Fourier de la ecuación (3.25)

Por otra parte, considérese una segunda función:

$$y(t) = \begin{cases} \cos(2\pi \cdot 5t) & \text{para } 0 \leq t < 0.25 \\ \cos(2\pi \cdot 10(t - 0.25)) & \text{para } 0.25 \leq t < 0.50 \\ \cos(2\pi \cdot 20(t - 0.50)) & \text{para } 0.5 \leq t < 0.75 \\ \cos(2\pi \cdot 50(t - 0.75)) & \text{para } 0.75 \leq t < 1.00 \end{cases} \quad (3.26)$$

cuya gráfica se muestra en la Figura 3.6, mientras que lo presentado en la Figura 3.7 corresponde a la transformada de Fourier de esa misma función.

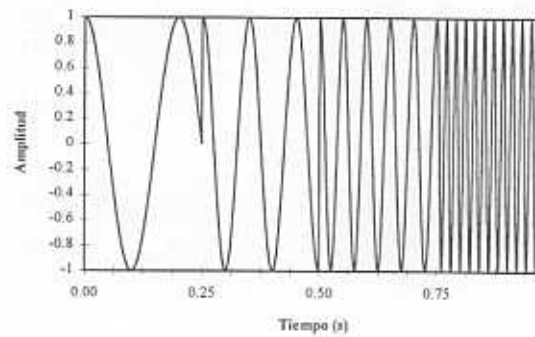


Figura 3.6 Gráfica de la ecuación (3.26)

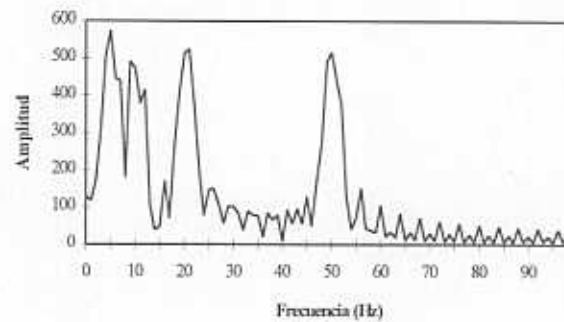


Figura 3.7 Transformada de Fourier de la ecuación (3.26)

Como se puede observar en las figuras mostradas, las funciones representadas en la 8 y 10 son diferentes, pero sus espectros en frecuencia (Figuras 3.5 y 3.7) son muy semejantes. Así, el análisis de Fourier resulta limitado para algunas aplicaciones, ya que no permite identificar los aspectos particulares de la segunda función, debido a sus discontinuidades. No está por demás mencionar que la transformada de Fourier parte del hecho de que la señal transformada debe ser continua y periódica.

Si para las dos funciones analizadas, se realiza su transformada *wavelet*, considerando una función analizadora de Daubechies [70], se obtienen las representaciones de las Figuras 3.8 y 3.9. Nótese que en este caso es fácil identificar la evolución en el tiempo de la segunda función, distinguiéndola claramente de la primera.

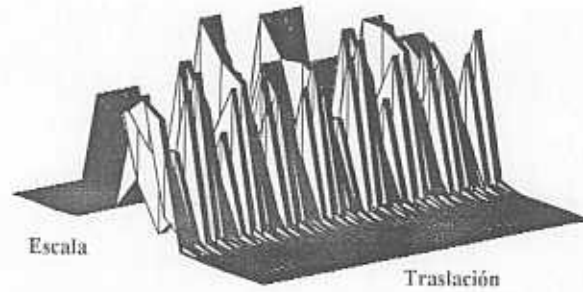


Figura 3.8 Transformada *wavelet*  $dex(t)$  de la ecuación (3.25)

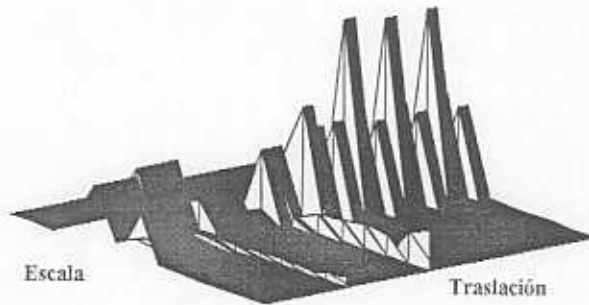


Figura 3.9 Transformada *wavelet* de  $y(t)$  de la ecuación (3.26)

### 3.6.3 Aplicaciones de *wavelets* al estudio de un transitorio

En la Figura 3.10 se muestra una señal en el tiempo, la cual corresponde a la respuesta dinámica de un transitorio típico que se obtuvo como resultado de excitar por impacto una viga simplemente apoyada. El espectro de frecuencia de esta misma señal se muestra en la Figura 3.11, y nos permite identificar las frecuencias de los tres primeros modos de vibración a 12.8 Hz, 39.7 Hz y 97.2 Hz.

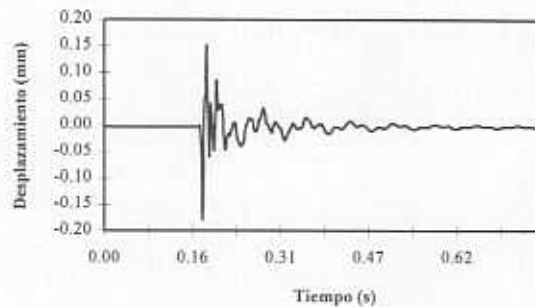


Figura 3.10 Respuesta en el tiempo de un transitorio

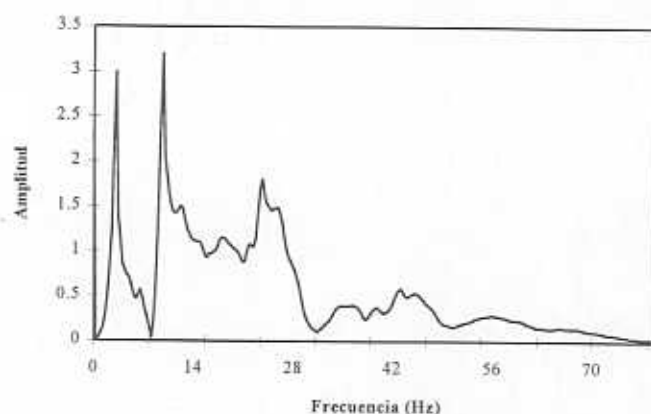
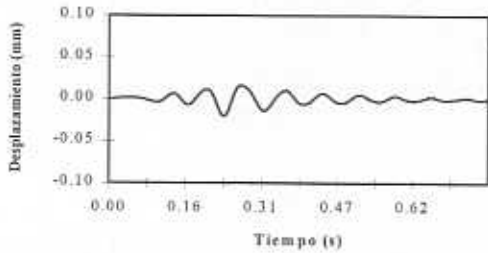


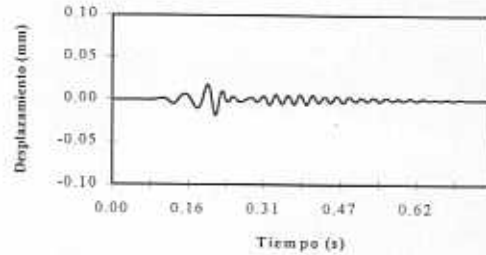
Figura 3.11 Análisis en frecuencia de la señal de la Figura 3.10

Al estudiar una señal mediante el análisis *wavelet* tipo Daubechies, el número de niveles depende del número de datos registrados [71,72]. Por ejemplo, si la señal tiene 4096 datos se obtienen 12 niveles; para 2046 resultan 11 niveles y, en general, para  $2^n$  datos, se tienen  $n$  niveles. En este tipo de transformadas, el número de datos  $n$  debe ser igual a  $2^n$ , lo cual se deriva de la forma en que se escalan las funciones analizadoras, que también corresponde a factores de una exponencial de 2. La señal original resulta de sumar los  $n$  niveles en una misma escala temporal, y cuando un subconjunto de niveles es cero, no son necesarios para la reconstrucción. Asimismo, cuando algún nivel representa una señal de ruido o no deseada, ésta puede ser omitida mediante el filtrado de la señal.

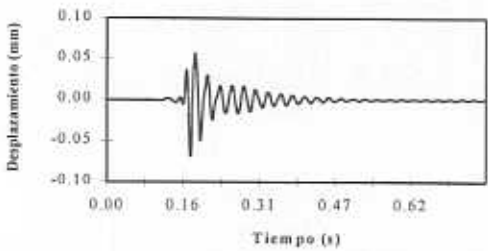
En el caso de la señal de la Figura 3.10, se obtienen 12 niveles de escala diferente. Se observa que los niveles 6, 7, 8 y 9 son prácticamente los únicos que contienen la información del comportamiento dinámico medido (ver Figura 3.12), mientras que los otros niveles se pueden considerar como cero y, por lo tanto, no contribuyen significativamente. Aplicando el análisis de Fourier a la componente en el tiempo de cada nivel, se encuentra que el nivel 9 está asociado al comportamiento dinámico del tercer modo de vibración de la viga, el nivel 8 se asocia con el del segundo modo y el nivel 6 con el del primer modo. El nivel 7 no tiene una asociación particular con los modos naturales de la viga, pero contiene frecuencias de vibración de aproximadamente 90 Hz y 120 Hz, que posiblemente estén asociados con modos de vibrar de los apoyos o componentes particulares del sistema. Si bien es cierto que no es el objeto de este trabajo presentar una explicación detallada del comportamiento de la viga, es claro que con este tipo de análisis se puede lograr un estudio más amplio del comportamiento dinámico del sistema, mediante el análisis de cada uno de los componentes *wavelet*.



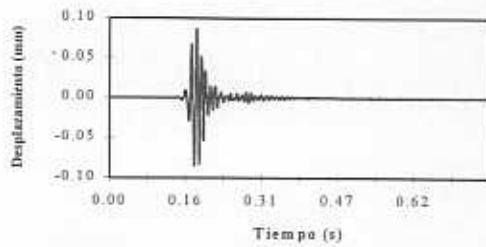
(a) Nivel 6 de la Transformada *wavelet*



(b) Nivel 7 de la Transformada *wavelet*



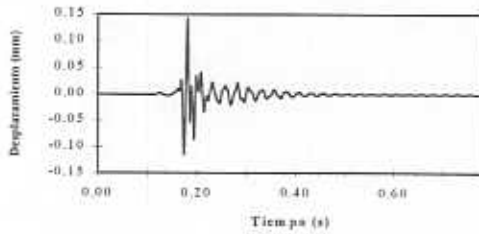
(c) Nivel 8 de la Transformada *wavelet*



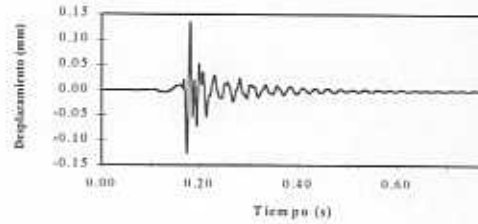
(b) Nivel 9 de la Transformada *wavelet*

Figura 3.12 Niveles de la Transformada *wavelet* de la gráfica de respuesta de la Figura 3.10

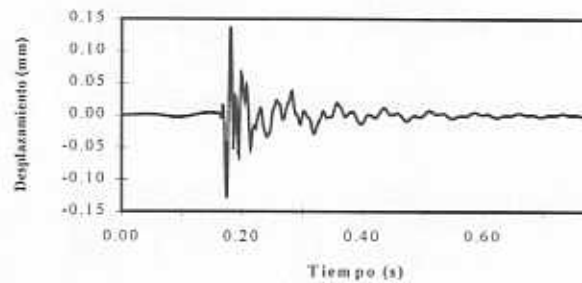
A manera de ejemplo, y para apreciar la contribución particular de cada nivel, en la Figura 3.13(a) se muestra la señal reconstruida a partir de los niveles 9 y 8; en la Figura 3.13(b) se consideran los niveles 9, 8 y 7 y en la Figura 3.14(c) se incluye adicionalmente el nivel 6. Nótese cómo a medida que se toman más niveles, la señal reproducida semeja más a la original, al grado que la última señal presentada la reproduce casi totalmente.



(a) Señal reconstruida con los niveles 9 y 8



(b) Señal reconstruida con los niveles 9, 8 y 7



(c) Señal reconstruida con los niveles 9, 8, 7 y 6

Figura 3.13 Reconstrucción de la señal de la Figura 3.10, incorporando diferentes niveles de la Transformada *wavelet*

## **4. Aplicaciones al análisis de vibraciones en puentes**

---

### **4.1 Introducción**

Los estudios sobre el comportamiento dinámico y vibratorio de los puentes carreteros se han enfocado particularmente a dos aspectos básicos. Uno es la determinación de los efectos del tráfico vehicular sobre el puente, otro es el análisis de los parámetros modales de la estructura y su variación durante su vida útil. Dentro del primer aspecto, en este trabajo se consideran el factor de impacto dinámico y la interacción vehículo-puente. Para el segundo aspecto, se analizan algunos métodos y criterios para evaluar el deterioro de una estructura.

Si bien el factor de impacto dinámico y la interacción vehículo-puente están estrechamente relacionados, el primero es un concepto global que se emplea tanto en el diseño de puentes como en la evaluación del desempeño de una estructura ya construida. Por lo general, el impacto dinámico es un factor estadístico que no sólo depende de las propiedades dinámicas y estructurales del puente, sino también de las propiedades de los vehículos que circulan sobre el mismo. En contraparte, el análisis de la interacción vehículo-puente, es detallado y permite analizar aspectos locales o particulares del puente y del vehículo. Ambos aspectos del estudio de las vibraciones de los puentes son tratados en esta sección.

### **4.2 Determinación de factores de impacto dinámico**

El factor de impacto dinámico (*F.I.*) es un parámetro que permite considerar, desde la etapa de diseño del puente, el efecto dinámico derivado del tráfico. La fórmula más común y conocida para el cálculo del factor dinámico es la establecida por la AASHTO (*American Association of State Highway and Transport Officials*) [73], la cual depende únicamente de la longitud *L* del puente y se expresa de la forma:

$$F.I. = \frac{50}{L+125} \quad (4.1)$$

Según esta definición de AASHTO, el máximo valor del *F.I.*, se limita a 0.3, independientemente del tipo de puente.

Experimentalmente es posible medir el factor de impacto dinámico asociado al paso de un vehículo a velocidad y condiciones dadas, al comparar la respuesta dinámica del puente cuando el vehículo circula a una velocidad dada, con la



respuesta cuasi-estática del puente al circular el vehículo a muy baja velocidad. Existen varios criterios para determinar este factor, dependiendo de la referencia tomada y medición que se tomen [5]. Por ejemplo, como referencia se puede tomar la máxima deflexión estática o la mediana de la deflexión dinámica. Para la medida se puede tomar la deflexión dinámica en el punto de máxima deflexión estática o el valor máximo absoluto. Dependiendo de lo anterior, es posible obtener valores del factor de impacto dinámico diferentes, que pueden ir de 0.2 a 0.5. Así, para definir este *F.I.* debe tenerse un especial cuidado.

Estudios recientes han reconocido la necesidad de evaluar el factor de impacto dinámico en términos tanto de la frecuencia fundamental del puente como de algunas características del tráfico [74]. Con ello, en algunos casos se tienen valores de hasta 0.8, mientras que valores más comunes caen entre 0.2 y 0.4.

En un estudio paramétrico realizado por Khalifa [75], él realiza una simulación de un puente atirantado en el que considera diferentes configuraciones de vehículos, velocidades de tránsito, longitudes del puente y distintos niveles de rugosidad en el pavimento. Concluye que los factores de impacto son mayores que los considerados en la fórmula de la AASHTO, y que es necesario profundizar en el análisis para el diseño de este tipo de puentes. En otro estudio de simulación [76], igualmente para una estructura atirantada, se encuentra que el factor de impacto dinámico depende de la velocidad del vehículo y de la rugosidad del pavimento. En general, el factor de impacto se incrementa sustancialmente hasta un 100% cuando se comparan las rugosidades de una superficie de rodamiento del puente en buen estado (+/-0.5 cm) con la de una superficie en mal estado (+/- 3.0 cm). La velocidad a la que circula el vehículo influye en menor proporción sobre el factor de impacto (hasta un 50%), teniendo sus máximos a los 30 y 60 Km/h. Aunque es difícil establecer una relación entre la respuesta dinámica del puente y la velocidad del vehículo, es posible establecer que existe algún tipo de acoplamiento entre éstos, el cual incrementa el factor de impacto dinámico a ciertos valores. En otro estudio de simulación [4], se encuentra que el factor de impacto dinámico puede llegar a ser hasta de 1.0, dependiendo del tipo de vehículo, e incluso mayor cuando el valor promedio de este factor esté entre 0.2 y 0.3.

### **4.3 Evaluación de la interacción vehículo - puente**

Los estudios sobre la interacción vehículo - puente son cada vez más comunes, ya que permiten analizar los efectos que sobre la dinámica del puente tienen variables tales como la rugosidad de la superficie de rodamiento, la velocidad de tránsito, el tipo y las características del vehículo, etc. Por lo general, la mayoría de estos estudios comprenden una fase experimental, otra analítica y una más de simulación.

Un primer ejemplo del tipo de trabajos que se han hecho sobre este tema, es la evaluación de la fatiga de puentes debida al tráfico de vehículos pesados. Para esto, se han desarrollado algoritmos para evaluar el efecto de las cargas vivas sobre un puente [77] y modelos de deterioro acumulado [78]. Aplicando lo anterior, se analizó la vida útil por fatiga de dos tipos de estructuras, considerando seis diferentes configuraciones de vehículos [79]. Los resultados muestran el efecto del incremento en el peso bruto vehicular sobre la vida útil de los puentes.

Utilizando un modelo híbrido empírico – analítico, se ha comparado el efecto de la rugosidad sobre la carga dinámica del puente, para varias velocidades de tránsito de un vehículo [80]. En otro estudio se evalúa el efecto de la rugosidad, peso del vehículo y longitud del puente, sobre la respuesta dinámica del puente [10].

Otro de los elementos que ha motivado el estudio de la interacción vehículo – puente, es que a partir de la interacción vehículo - puente es posible medir los pesos de los vehículos pesados, considerando al puente como un sistema de pesaje dinámico [81,82]. Evidentemente, esta aplicación requiere una tipificación e instrumentación precisa del puente.

Uno de los estudios experimentales más completos realizados hasta ahora, acerca de la interacción vehículo - puente, es el que realizó el gobierno de Ontario, en Canadá [19]. Este estudio se enfocó a varios tipos de puentes con diferentes edades, y se evaluaron varios aspectos dinámicos y estáticos de la estructura. Los resultados de este trabajo sirvieron para establecer el nuevo código de diseño de puentes de Ontario, el cual posteriormente se extendió a todo el Canadá. Otro estudio igualmente importante fue el desarrollado por la OECD en Australia [13], el cual se enfocó fundamentalmente a determinar el efecto de la dinámica de vehículo, gobernada principalmente por el tipo de suspensión, sobre el deterioro por impacto dinámico del puente.

#### **4.4 Desarrollo de métodos de inspección y determinación de niveles de daño**

Ha sido reconocido que el daño o pérdida de integridad de una estructura produce cambios en su comportamiento dinámico, sin embargo, también se ha reconocido que la detección de los elementos dañados siempre es difícil y, más aún, determinar el efecto que éstos tienen sobre la capacidad de carga residual de la estructura y su comportamiento dinámico. No obstante, en los últimos años se han realizado un gran número de estudios cuyo objetivo ha sido el definir estrategias experimentales de evaluación y localización del daño en estructuras [83-86]. Como producto de estos trabajos es que se han definido distintos índices de daño, que de manera global permiten determinar la pérdida de integridad en las estructuras, sin que necesariamente den información sobre la localización y efecto

del daño. A continuación se describirán los métodos más comunes para definir índices de daño, comentando algunos aspectos sobre sus ventajas y desventajas.

#### 4.4.1 Métodos Basados en Cambios de Frecuencia

El primer método desarrollado para la detección de grietas o daños en las estructuras, se basa en el cambio del valor de alguna de las frecuencias naturales del sistema en estudio [87-89]. El principio básico consiste en suponer que el cambio en frecuencia,  $\delta\omega_i$ , es una función del cambio en rigidez  $\delta\mathbf{K}$  y del vector de posición  $\mathbf{r}$ ; es decir,

$$\delta\omega_i = f(\delta\mathbf{K}, \mathbf{r})$$

Expandiendo en series de Taylor la ecuación anterior y suponiendo que la variación de rigidez es pequeña, se obtiene:

$$\delta\omega_i = f(0, \mathbf{r}) + \delta\mathbf{K} \frac{\partial f}{\partial(\delta\mathbf{K})}(0, \mathbf{r}) \quad (4.2)$$

Como  $f(0, \mathbf{r}) = 0$  para toda  $\mathbf{r}$ , ya que no hay cambio en las frecuencias si no hay daño, se tiene:

$$\delta\omega_i = \delta\mathbf{K} g_i(\mathbf{r}) \quad (4.3)$$

De igual manera, se puede tener que:

$$\delta\omega_k = \delta\mathbf{K} g_k(\mathbf{r}) \quad (4.4)$$

Así, la razón de cambio entre dos frecuencias naturales,  $i$  y  $k$ , es función únicamente de la posición, esto es:

$$\frac{\delta\omega_i}{\delta\omega_k} = \frac{g_i(\mathbf{r})}{g_k(\mathbf{r})} = F(\mathbf{r}) \quad (4.5)$$

Evidentemente, en este esquema la principal dificultad consiste en definir las funciones  $g_i(\mathbf{r})$  y, en la práctica, esperar que la frecuencia sea lo suficientemente sensible a los cambios en rigidez. Sin embargo, la principal ventaja de este esquema es que únicamente se limita a la medición y evaluación de las frecuencias naturales, así como que simplifica el trabajo de instrumentación y análisis, sin embargo, siempre estará limitado por la sensibilidad del sistema y los niveles de ruido y errores en el proceso experimental.

En uno de los primeros trabajos experimentales en el que analizó la variación de la frecuencia en pruebas de fatiga de un puente [90], se compararon los valores de las frecuencias del primer modo longitudinal y torsional para cuatro condiciones de fatiga (para 1.77, 2.4, 3.3 y 4.02 millones de ciclos). En este caso se encontraron variaciones de 7.1% y 4.8% en las frecuencias de los modos longitudinal y torsional, respectivamente. Aunque se realizó una evaluación visual de los efectos de los daños por fatiga, no se estableció una correlación entre los daños y la capacidad estructural del puente. Adicionalmente, se comparó la variación de los factores de amortiguamiento, cuyo valor no excedió el 12%, no mostrando éstos ninguna tendencia clara sobre su variación, ni espacial ni temporal.

En otro estudio de simulación se encontró que los cambios en la frecuencia de los 18 primeros modos de vibración son menores al 4%, al sufrir un elemento del centro del claro de la estructura una reducción del módulo de elasticidad  $E$  hasta de un 90% [91]. Por lo tanto, de este estudio se concluyó que las variaciones en las propiedades o daños localizados, no pueden detectarse únicamente a través de la variación en las frecuencias naturales.

#### 4.4.2 Cambio en la Forma de los Modos Dinámicos

Al analizar los cambios en la forma de los modos dinámicos [92,93], es fácil determinar, mediante una comparación gráfica de los modos sin daño y con daño, la localización aproximada del elemento dañado. Para la calificación del nivel de daño existen varios esquemas para definir un índice, pero la forma más directa es dada por la diferencia relativa de cambio  $\{RD\}$ , definida por [93]:

$$\{RD\}_i^j = \frac{\{\phi_0\}_i^j - \{\phi_D\}_i^j}{\{\phi_0\}_i^j} \quad (4.6)$$

En donde la  $\{\phi_0\}_i^j$  es la forma normalizada del  $i$ -ésimo modo dinámico en el  $j$ -ésimo punto (o grado de libertad) de la estructura no dañada y  $\{\phi_D\}_i^j$  es la forma normalizada del  $i$ -ésimo modo dinámico en el  $j$ -ésimo punto de la estructura con daño. El método se basa en el hecho de que las máximas diferencias se presentan en una vecindad de los nodos en donde existe daño. De esta manera, una gráfica de esta diferencia relativa de los valores medidos en cada posición, mostrará la tendencia de variación significativa en estos nodos.

Otro criterio, basado también en la variación de desplazamientos de los vectores característicos o formas modales, es el denominado STRECH (*Structural Translation and Rotation Error Checking*) [94]. Este método permite localizar variaciones en la matriz de rigidez, comparando los resultados de un modelo de

elemento finito con los modos inferiores obtenidos experimentalmente. En otro estudio experimental, se reporta que se ajustó iterativamente, aproximando a 1.0 la razón STRECH, definida como [95]:

$$SR_{ij} = \frac{x_{ij}^d}{x_{ij}} \cdot \frac{\sum_k x_{kl}}{\sum_{kl} x_{kl}^d} \quad (4.7)$$

Posteriormente, se calculó un indicador de daño ( $ID$ ) definido como:

$$ID = \frac{\sum_j |x_{ij} - x_{ij}^d|}{\sum_j x_{ij}} \quad (4.8)$$

#### 4.4.3 Cambio en la Curvatura de los Modos Dinámicos

Al ocurrir un cambio en la condición estructural de un puente, o al presentarse algún tipo de daño en sus elementos, el valor de rigidez en uno o varios de éstos se ve reducido [96]. Esta rigidez es expresada en términos del valor del producto  $EI$ , donde  $E$  es el módulo de elasticidad e  $I$  el momento de inercia del área de la sección transversal en el punto donde ocurre el daño. La reducción en el valor de  $EI$  incrementa en magnitud la curvatura en la sección afectada, de acuerdo con la siguientes expresión:

$$v'' = \frac{M}{EI} \quad (4.9)$$

donde  $M$  es el momento de flexión en el mismo punto. Debido a que los cambios en curvatura son locales y dependen del grado de variación del término  $EI$ , los cambios en curvatura pueden ser empleados para detectar, localizar y calificar algún tipo de daño. La diferencia absoluta en la curvatura de los diferentes modos para la condición con daño con respecto a la sin daño, debe mostrar un máximo en la región donde éste se presenta. Además, el nivel de cambio es proporcional al grado de daño o reducción de rigidez.

Por lo general, la curvatura se calcula aplicando un esquema de diferencias finitas, de la siguiente forma:

$$v_{jj}'' = \frac{\phi_i^{j+1} - 2\phi_i^j + \phi_i^{j-1}}{h^2} \quad (4.10)$$

donde  $h$  es la distancia entre dos puntos instrumentados, siendo  $v_{ii}''$  y  $\phi_{ii}$  la curvatura y el desplazamiento en el punto  $j$  para el  $i$ -ésimo modo.

#### 4.4.4 Criterio de Aseguramiento Modal

El criterio de aseguramiento modal (*MAC* por sus siglas en inglés), proporciona un valor cuantitativo para evaluar la desviación por mínimos cuadrados, de una correlación lineal de la condición con daño con respecto a la sin daño [97].

Un valor de *MAC* igual a 1.0 significa que la condición no dañada y la dañada están totalmente correlacionadas (es decir, no hay daño). La forma de calcular esta correlación se da por la expresión:

$$MAC_i = \frac{|\{\phi_0\}_i^T \{\phi_D\}_i|^2}{\{\phi_0\}_i \{\phi_D\}_i} \quad (4.11)$$

donde  $\{\phi_0\}_i$  y  $\{\phi_D\}_i$  son los vectores del  $i$ -ésimo modo correspondientes a la condición sin daño y con daño, respectivamente. Al emplear este criterio, es importante tener en cuenta que se debe tener un número suficiente de puntos o grados de libertad, con objeto de garantizar que la zona dañada esté representada al menos por un punto, de lo contrario no será posible detectar cambio alguno. Esto último, en la práctica, tiene como consecuencia que el número de puntos instrumentados debe ser grande.

#### 4.4.5 Criterio de Aseguramiento Modal Coordinado

El Criterio de Aseguramiento Modal Coordinado (*COMAC* por sus siglas en inglés), es un criterio punto a punto, que correlaciona linealmente la condición de daño con la sin daño o inicial [98]. Este criterio permite evaluar las variaciones más grandes en los eigenvectores modales medidos experimentalmente. Este criterio se calcula a partir de la siguiente fórmula:

$$COMAC(j) = \frac{\sum_{i=1}^N |\{\phi_0\}_i^j \{\phi_D\}_i^j|^2}{\sum_{i=1}^N [\{\phi_0\}_i^j]^2 \sum_{i=1}^N [\{\phi_D\}_i^j]^2} \quad (4.12)$$

donde  $\{\phi\}_i^j$  es el desplazamiento en el  $j$ -ésimo punto del  $i$ -ésimo modo, para las condiciones inicial ( $\{\phi_0\}$ ) y con daño ( $\{\phi_D\}$ ).

#### 4.4.6 Factor de Escala Modal

El Factor de Escala Modal (*MSF* por sus siglas en inglés), es una manera cuantitativa de comparar una condición con daño respecto a otra sin daño [99]. Este *MSF* representa la pendiente del mejor ajuste lineal de los parámetros modales, al graficar los correspondientes a sin daño en un eje y los con daño en el otro eje. Este *MSF* es una medida del factor de escala de una condición con respecto a la otra, y su valor es 1 cuando no hay diferencia en magnitud ni fase. Por otra parte, si el *MSF* es mayor que 1, existe una diferencia en magnitud o fase entre los modos que se comparan.

#### 4.4.7 Factor de Escala Modal coordinado

El método llamado Factor de Escala Modal Coordinado (*COMSF* por sus siglas en inglés), cuantifica el grado de diferencia que hay en una medida en un punto determinado [100]. La expresión de este factor se calcula con base en el Factor de Escala Modal (*MSF*). Para este caso, *COMSF* ( $j$ ) nos da información de la diferencia en magnitud y fase de dos conjuntos de modos en el punto  $j$ . Si, además,  $COMAC(j) > 1$ , existe entonces una gran diferencia en magnitud entre los conjuntos modales en dicho punto, de acuerdo a que la diferencia en fase únicamente arroja factores que son menores que 1. Así, si un conjunto de modos es seleccionado como la base de comparación, *COMSF* da, en todos los puntos, la razón de magnitud del segundo conjunto de modos con respecto al base. Por lo anterior, dada la magnitud de diferencia, *COMSF* puede localizar el punto de daño.

En el mismo estudio de simulación antes mencionado [91], al evaluar reducciones de hasta del 90% en el módulo de elasticidad de un elemento estructural crítico, se encontró que para casi todos los modos se tienen variaciones menores al 5%, aplicando los criterios de *MAC*, *COMAC*, *MSF* y *COMSF*, concluyéndose entonces que estos criterios proporcionan poca información en casos localizados. Como era de esperarse, los criterios *COMAC* y *COMSF* son los más sensibles al deterioro, respecto a los criterios *MAC* y *MSF*. Sin embargo, poca información del daño se infiere de los índices, aún de aquellos cuyo valor sobrepasa el 10% y que están asociados a los modos 12 y 14, o a los nodos 6, 10, 11 y 12. Por el contrario, la comparación de las curvaturas proporciona la información suficiente como para localizar el punto de daño, aunque no se puede cuantificar.

#### 4.4.8 Mediciones de Flexibilidad

La comparación, entre valores modales obtenidos experimentalmente y valores analíticos, de la flexibilidad de una estructura es una propuesta confiable para

evaluar la condición existente de un puente [101,102]. De igual manera, las mediciones de flexibilidad en el tiempo pueden ser tomadas para definir un índice de deterioro de una estructura. La flexibilidad se calcula en este caso a partir de la derivada de los desplazamientos modales y, por lo tanto, se pueden emplear directamente para verificar la diferencia entre dos conjuntos de datos modales. La matriz de flexibilidad por carga unitaria se define como:

$$\mathbf{F} = [f_{ij}] = \mathbf{U}\mathbf{\Omega}\mathbf{U}^T \quad (4.13)$$

en donde  $\mathbf{\Omega}$  es la matriz diagonal de los cuadrados de las frecuencias naturales y  $\mathbf{U}$  es la matriz de los modos normalizados. Esta fórmula es obtenida de manera aproximada, a partir de la matriz de flexibilidad, debido a la discretización que en la práctica es necesario efectuar. Por esto se requiere el realizar estudios que permitan evaluar el efecto del truncamiento asociado a tal discretización, y a la consecuente reducción de grados de libertad. Se ha encontrado que la flexibilidad por carga uniforme, que se obtiene aplicando una misma carga en cada punto de medición, no es tan sensible al número de nodos empleado; por el contrario, la flexibilidad unitaria resulta muy sensible tanto al número de nodos como a la localización de la carga y las condiciones de frontera [100].

#### 4.4.9 Criterios Basados en la Energía Modal o de Deformación

Un primer criterio es la Razón de Transferencia de Energía Modal (*ETR*), propuesto por Liang y Lee de la siguiente forma [103]:

$$\frac{\mathbf{Q}_i^T \mathbf{C} \mathbf{P}_i}{\mathbf{Q}_i^T \mathbf{P}_i} = 2\omega_i (\xi_i + j\zeta_i) \quad (4.14)$$

donde  $\mathbf{P}_i$  es *i*-ésima forma modal del sistema y  $\mathbf{Q}_i$  es su correspondiente forma normal.  $\mathbf{C}$  es la matriz de amortiguamiento, mientras que  $\omega_i$ ,  $\xi_i$  y  $\zeta_i$  son, respectivamente, la frecuencia natural, la razón de amortiguamiento y el *ETR* de *i*-ésimo modo ( $j = \sqrt{-1}$ ). Aplicando este criterio se demuestra que las variaciones del parámetro *ETR* son 1000 veces más sensibles que las variaciones de la frecuencia natural permitiendo, por lo tanto, determinar más precisamente tendencias por cuanto la variación estructural [104].

La identificación del daño a través del análisis de la energía de deformación ha demostrado ser una alternativa viable para estudiar los efectos de daño en estructuras y puentes [105]. En este caso, el índice de daño *ID*, se define como:



$$ID_i = 100 \left[ \frac{U_0^i - U_D^i}{U_0^i} \right] \quad (4.15)$$

en donde,  $U^i$  es la energía de deformación del  $i$ -ésimo modo y el subíndice se refiere a la condición inicial o sin daño (0) ó a la condición con daño (D). El índice de daño acumulado (IDC) se puede definir como la sumatoria de los índices de daño de todos los modos identificados (N), es decir,

$$IDC = \sum_{i=1}^N ID_i \quad (4.16)$$

El cálculo de la energía de deformación para un elemento de la estructura se calcula de la siguiente expresión:

$$U = 0.5 \int_{elem} EI \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx = 0.5 \int_{elem} EI \left( \frac{1}{R} \right)^2 dx \quad (4.17)$$

la cual, para valores constantes de  $EI$ , depende únicamente de la curvatura  $R$ . Para un caso más particular, la energía de deformación se calcula de la siguiente forma:

$$U = 0.5 \{V\}^T [K] \{V\} \quad (4.18)$$

en donde  $\{V\}$  es el vector de deformación modal de un elemento y  $[K]$  es la matriz de rigidez estructural.

La principal dificultad para el uso del índice de daño con base en la energía de deformación, es que la referencia sin daño normalmente no se conoce, por lo que es necesario estimarla a partir de un modelo analítico. Como consecuencia, los resultados siempre estarán limitados al detalle y exactitud del modelo, por lo que cuando éste es lo suficientemente preciso, los resultados son igualmente precisos.

#### 4.4.10 Relación Desplazamiento - Frecuencia Natural

Al estudiar la relación entre la frecuencia natural de vibración del primer modo de una estructura y la deflexión estática máxima por peso propio, es posible establecer una relación constante para un tipo determinado de estructura, que es independiente de su longitud [106]. Así, se puede demostrar que para un caso dado se tiene lo siguiente:

$$\frac{\omega_0}{\sqrt{\delta_0}} = cte \quad (4.19)$$

en donde  $\omega_0$  y  $\delta_0$  son la frecuencia natural del primer modo y la deflexión estática máxima por peso propio de la estructura. En los casos en los que no se pueda conocer la deflexión máxima por peso propio, se recomienda realizar una prueba experimental, midiendo la deflexión máxima por una carga conocida ( $\delta_p$ ) (normalmente aplicada al centro del claro del puente), pudiéndose, a partir de esta deflexión  $\delta_p$ , inferir la debida al peso propio,  $\delta_0$ . Finalmente, es posible llegar a una expresión que relacione la variación de frecuencia  $\Delta\omega_0$  con la de la rigidez  $\Delta EI$ , pudiéndose establecer un límite al cambio de frecuencia en términos de un límite al cambio de rigidez pre-establecido.

$$\Delta\omega_{0\text{lim}} = \frac{\omega_0^2 - B \frac{EI - \Delta EI_{\text{lim}}}{\mu}}{\omega_0} \quad (4.20)$$

Para determinar el grado de deterioro con base en lo anterior, es importante medir con precisión la frecuencia natural del primer modo de vibración de la estructura, requiriendo ello de un proceso experimental elaborado y un manejo estadístico adecuado.

#### 4.4.11 Análisis de las Funciones de Respuesta en Frecuencia

En la ecuación (3.16) quedó definida la matriz de funciones de respuesta en frecuencia de un sistema dinámico lineal. Como quedó indicado, esta matriz contiene la información de masas, amortiguamiento y rigidez del sistema en estudio, por lo que las variaciones en los elementos de la matriz están asociadas a variaciones en los parámetros de vibración antes mencionados. Asociadas a esta matriz de funciones de respuesta en frecuencia se tienen varias formas para detectar daño en un puente, pero la más empleada toma como referencia un modelo de elemento finito, comparando los resultados experimentales con los del modelo, para después minimizar una función de error mediante un esquema iterativo en el que se ajustan los parámetros de vibración del modelo [107]. Por lo general, la función de error se define de la siguiente forma:

$$\varepsilon = \sum_j^{N_j} \sum_i^{N_i} (H_j^E(\omega_i) - H_j^T(\omega_i))^2 \quad (4.21)$$

en donde  $N_j$  es el número de funciones de respuesta,  $N_i$  es el número de frecuencias interpoladas,  $H^E$  es la función de respuesta en frecuencia experimental, y  $H^T$  es la función de respuesta en frecuencia teórica. Una vez minimizada la función error, los nuevos parámetros estructurales son empleados

para determinar el grado de variación con respecto a los de diseño, y es en función de ello que es posible establecer un nivel de daño y de condición estructural del puente. Si bien este procedimiento es muy alentador en términos de la información que puede proporcionar, requiere un alto grado de detalle tanto en la instrumentación como en el modelado, siendo elevado el tiempo de cómputo para la optimización. Finalmente, cabe destacar que este esquema depende muy fuertemente del algoritmo de optimización, para el cual es muy difícil garantizar la convergencia. Aunque la función de error se puede definir de varias formas, en términos generales esta función mide la potencial diferencia entre los parámetros de vibración medidos experimentalmente, con aquellos obtenidos teóricamente.

#### 4.4.12 Vectores y Angulos de Daño

De las técnicas de análisis modal se han desarrollado teorías de perturbaciones, en general o de rango mínimo, las cuales han permitido demostrar que es posible localizar y evaluar niveles de daño en estructuras, considerando tan sólo un subconjunto de modos dinámicos del sistema en estudio [108-110]. Para esto, considérese primero un sistema lineal representado por la ecuación (4.22),

$$\mathbf{M}\mathbf{x}'' + \mathbf{D}\mathbf{x}' + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (4.22)$$

en donde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{D}$  y  $\mathbf{K}$  son las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez, respectivamente.

Aplicando la teoría de perturbaciones y suponiendo variación en las tres matrices del sistema, se tiene que:

$$\left[ \lambda_{di}^2 (\mathbf{M} - \Delta\mathbf{M}) + \lambda_{di} (\mathbf{D} - \Delta\mathbf{D}) + (\mathbf{K} - \Delta\mathbf{K}) \right] \mathbf{v}_{di} = \mathbf{0} \quad (4.23)$$

en donde  $\mathbf{v}_{di}$  es el vector característico en la condición de daño asociado al modo  $i$ .

Si se define ahora  $\mathbf{Z}_{di} = \lambda_{di}^2 \mathbf{M} + \lambda_{di} \mathbf{D} + \mathbf{K}$ , entonces, de la ecuación (4.23), se pueden definir los vectores de daño como:

$$\mathbf{d}_i = \left( \lambda_{di}^2 \Delta\mathbf{M} + \lambda_{di} \Delta\mathbf{D} + \Delta\mathbf{K} \right) \mathbf{v}_{di} \quad (4.24)$$

Suponiendo ahora un sistema sin amortiguamiento ( $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ ) y daño por variaciones en los valores de rigidez ( $\Delta\mathbf{M} = \mathbf{0}$ ), se tiene que los vectores de daño quedan expresados de la forma:

$$\mathbf{d}_i = \Delta \mathbf{K}_d \mathbf{v}_{di} = (\lambda_{di}^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{v}_{di} \quad (4.25)$$

Luego, se puede definir la matriz de vectores de daño  $\mathbf{B}$  de la forma:

$$\mathbf{B} = \mathbf{M} \mathbf{V}_d \Lambda_d + \mathbf{K} \mathbf{V}_d = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_p] \quad (4.26)$$

donde  $\Lambda_d$  se define como la matriz diagonal del cuadrado de las frecuencias, esto es:

$$\Lambda_d = \text{diag}(\lambda_{d1}^2, \lambda_{d2}^2, \dots, \lambda_{dp}^2) \quad (4.27)$$

siendo  $\mathbf{V}_d$  la matriz de los vectores característicos:

$$\mathbf{V}_d = [\mathbf{v}_{d1}, \mathbf{v}_{d2}, \dots, \mathbf{v}_{dp}] \quad (4.28)$$

En este caso, la variación en los valores de rigidez, que permiten cuantificar el nivel de daño, se puede calcular a partir de la expresión siguiente:

$$\Delta \mathbf{K} = \mathbf{B}(\mathbf{B}^T \mathbf{V}_d) \mathbf{B}^T \quad (4.29)$$

donde el subíndice  $d$  indica que corresponden a la condición de daño, mientras que las matrices de masas y rigidez ( $\mathbf{M}$  y  $\mathbf{K}$ ) corresponden a la condición sin daño.

La ubicación del daño o la conexión de éste con los grados de libertad, se obtiene mediante los vectores y ángulos de daño. En la ecuación (4.25) se definen los vectores de daño, donde  $d_i^j$  es la componente  $j$  (correspondiente al grado de libertad  $j$ ) del vector  $i$ . Para definir un parámetro de daño ( $PVD_j$ ) que asocie a cada grado de libertad con los vectores de daño, es necesario sumar las componentes de cada vector, para cada grado de libertad, es decir:

$$PVD_j = \sum_i d_i^j \quad (4.30)$$

Otra forma de definir los vectores de daño es:

$$d_i^j = \mathbf{z}_{di}^j \cdot \mathbf{v}_{di} = \|\mathbf{z}_{di}^j\| \|\mathbf{v}_{di}\| \cos(\theta_i^j) \quad (4.31)$$

donde  $\mathbf{z}_{di}^j$  es la  $j$ -ésima columna de la matriz de daño  $\mathbf{B}$  (55) y  $\theta_i^j$  es el ángulo entre los vectores.

A partir de lo anterior, se define el ángulo de daño  $\alpha_i^j$ , como:

$$\alpha_i^j = \theta_i^j \left( \frac{180^\circ}{\pi} \right) - 90^\circ \quad (4.32)$$

Este ángulo de daño constituye un parámetro que mide la desviación del ángulo  $\theta_i^j$  con respecto a  $90^\circ$ . De esta manera y para un cierto nodo, este ángulo será mayor en la medida en que en el nodo se presente un mayor grado de daño. Este parámetro tiene la ventaja de que filtra algunos errores de medición experimental.

#### 4.4.13 Detección de daño mediante análisis de sensibilidad

Como se mencionó en el capítulo anterior, el análisis de sensibilidad es importante en el estudio dinámico de estructuras, ya que permite establecer la relación funcional entre los parámetros estructurales y los dinámicos, permitiendo, el análisis detallado de las funciones anteriores, la obtención de información útil para el diagnóstico estructural de los puentes y para la identificación de daño.

Partiendo de un modelo lineal para describir el comportamiento de una estructura, es decir:

$$M\ddot{x} + Kx = F \quad (4.33)$$

La matriz de flexibilidad  $A$  se puede definir como:

$$A = [\phi]^T [\Omega] [\phi] \quad (4.34)$$

donde  $[\Omega] = \text{diag}(\omega_i^2)$ , siendo  $[\phi]$  la matriz de los vectores característicos normalizados a la matriz de masas. Expresando esta matriz de la forma:

$$A = [a_1, a_2, \dots, a_n] \quad (4.35)$$

el vector  $a_j$  representa un conjunto de desplazamientos nodales o valores de flexibilidad, debidos a una fuerza unitaria en el  $j$ -ésimo grado de libertad. Si consideramos ahora una condición de referencia o sin daño,

$$A_0 = [a_{01}, a_{02}, a_{03}, \dots, a_{0n}] \quad (4.36)$$

y la condición con daño:

$$A_D = [a_{D1}, a_{D2}, a_{D3}, \dots, a_{Dn}] \quad (4.37)$$

las variaciones por flexibilidad se dan en términos de la siguiente expresión:

$$\Delta \mathbf{a}_j = \mathbf{a}_{0j} - \mathbf{a}_{Dj} \quad (4.38)$$

Por cuanto al criterio para localizar daño, éste se aplica calculando la máxima variación de flexibilidad [111]; es decir, encontrando el vector  $m$  que maximiza la variación, o sea:

$$\sum_i |\mathbf{a}_{mi}| = \max_k \left\{ \sum_i |\mathbf{a}_{ki}| \right\} \quad (4.39)$$

Realizando el análisis de sensibilidad de la variación de flexibilidad, con variaciones de medición en las frecuencias y desplazamientos de los tres primeros modos, se encuentra que ésta es muy sensible a las variaciones de la frecuencia y los desplazamientos del primer modo [111]. Para el segundo modo, el efecto de los errores de medición es mucho menor (en un 25%), y para el tercer modo es aún menor (1%). Se concluye entonces que las evaluaciones de daño, aplicando la comparación de las variaciones de flexibilidad, sólo son posibles si se analizan únicamente los cambios en el primer y segundo modo.

En otro trabajo, Lam [112] aplica un algoritmo en el que utiliza el concepto de la firma dinámica de un sistema, y compara la obtenida experimentalmente con la predicha por un modelo que aplica el criterio de sensibilidad. El autor demuestra que aunque el concepto de la firma dinámica es independiente del grado de daño, sí proporciona información sobre la localización del mismo. La firma dinámica medida (*MDS* por sus siglas en inglés) se obtiene de la fórmula:

$$MDS_i = \frac{\Delta\{\phi_i\}}{\Delta\omega_i^2} \quad (4.40)$$

en donde  $\Delta\{\phi_i\}$  es el cambio medido en la forma del  $i$ -ésimo modo con respecto al modo de referencia, escalado con la variación de la frecuencia del modo  $i$ .

Para obtener la firma dinámica predicha (*PDS* por sus siglas en inglés), primero es necesario suponer un conjunto de posibles condiciones de daño correspondientes a cambios en los parámetros  $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_q$ , para después calcular la sensibilidad de variación de la forma de los modos y la frecuencia para cada condición. La *PDS* se obtiene de la expresión:

$$PDS_k = \frac{\partial\{\phi_i\} / \partial p_k}{\partial\omega_i^2 / \partial p_k} \quad (4.41)$$

lográndose la localización del daño al comparar la firma dinámica medida con la predicha. En donde se obtenga una mayor correlación se localizará el daño supuesto. Para comparar la correlación entre ambas firmas dinámicas se propone utilizar el criterio de aseguramiento modal (*MAC*).

### 5.1 Introducción

En el Instituto Mexicano del Transporte se han desarrollado investigaciones acerca de la interacción vehículo pesado – puente, empleando tanto enfoques teóricos como experimentales. De esta manera, se consideró importante el incluir en esta publicación tres de las investigaciones más relevantes, en donde las dos primeras comprenden la evaluación experimental del comportamiento de un puente tipo tridilosa, mientras que el tercer trabajo es una aproximación teórica, en la que un análisis paramétrico es efectuado mediante el desarrollo de un modelo en elementos finitos.

### 5.2 Empleo de la transformada *wavelet* para el Análisis Dinámico de un Puente con Modos Acoplados

Tradicionalmente, el estudio del comportamiento dinámico de puentes se ha realizado aplicando el análisis de Fourier, identificando los diferentes modos de vibración y sus correspondientes frecuencias y factores de amortiguamiento. Al respecto, y debido a que el análisis de Fourier parte de la hipótesis de que la señal en el tiempo es periódica [115], este tipo de enfoque no resulta adecuado para el estudio de transitorios o perturbaciones que tienen una duración relativamente corta respecto al tiempo total de medición. Adicionalmente, cuando se presentan condiciones en las que dos modos diferentes de vibración tienen iguales o casi iguales frecuencias, es decir, están acoplados, el análisis de Fourier resulta poco atractivo, ya que no permite separar los diferentes modos que se están presentando.

De la identificación de las limitaciones señaladas, a partir de la última década se ha desarrollado la teoría de *wavelets*, la cual permite analizar, de manera muy eficiente, la evolución de diferentes modos y frecuencias a lo largo del tiempo. Con esto, los cambios en los modos de vibración, aún cuando estén acoplados, se pueden estudiar de una manera más versátil comparada con el análisis de Fourier. La aplicación más amplia de los *wavelets* se ha dado tanto para el filtrado de señales como para la reducción de la memoria requerida en el almacenamiento de imágenes digitalizadas [114,115]. Recientemente, en el año de 1996, se han utilizado para el estudio de vibraciones, en particular para analizar la velocidad de propagación de ondas de impacto en vigas [116].

Empleando técnicas de análisis tanto de Fourier como de la transformada *wavelet* de Daubechies, en este trabajo se estudia la respuesta de un puente tipo



"tridilosa" al paso de un vehículo, haciendo notar que este tipo de puente presenta la particularidad de tener acoplados los primeros modos de vibración transversal y torsional.

### 5.2.1 La Transformada *wavelet*

La transformada *wavelet* de una función  $f(t)$ , se define [5] por:

$$(Wf)(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (5.1)$$

donde el parámetro  $a > 0$ , se relaciona con el periodo (y por tanto con la frecuencia), y el parámetro  $b$  con la evolución en el tiempo de la señal transformada. A la función  $\Psi(t)$ , se le llama comúnmente función *wavelet* analizadora y cumple con:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\Psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (5.2)$$

donde  $\hat{\Psi}(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $\Psi(t)$ .

En general, se puede decir que la función analizadora genera un espacio de funciones ortonormales (finito o infinito) y que de la transformada se obtienen las componentes vectoriales de una función cualquiera, en términos de la correspondiente base del *wavelet* seleccionado. Como las funciones analizadoras cubren un determinado intervalo de frecuencia, normalmente se habla de diferentes niveles que equivalen, para el caso de Fourier, a la frecuencia. Así, los niveles inferiores de una transformada *wavelet* corresponden a bajas frecuencias, mientras que los superiores a mayores frecuencias.

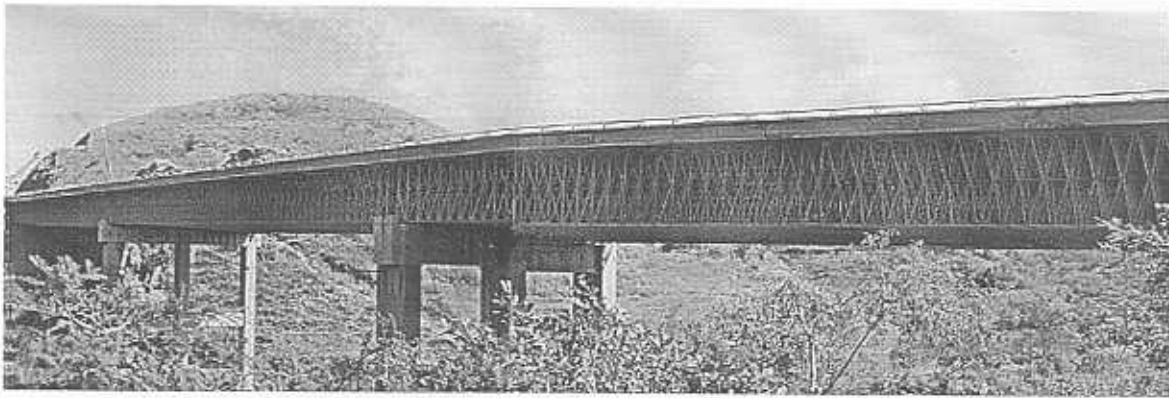
Pueden existir muchos tipos de funciones analizadoras pero no es sencillo definirlas, ya que deben cumplir las condiciones de ortonormalidad. Hasta ahora, se puede hablar de varias familias de *wavelets* como son las de Gabor, Daubechies, Haar, Coiflet y Symmlet [114,117]. Un caso particular es cuando  $\Psi(t) = e^{i\omega t}$ , que es precisamente la transformada de Fourier.

### **5.2.2 Descripción del Puente tipo Tridilosa**

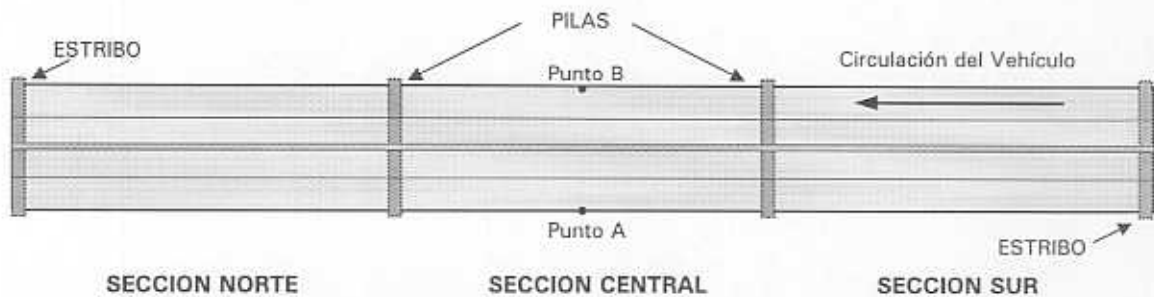
Para este estudio se seleccionó un puente carretero, con una longitud total de 180 m y un ancho de 20 m, con 4 carriles, diseñado para una autopista de "altas especificaciones". La superestructura del puente es del tipo "tridilosa", y se forma de tres secciones independientes de 60 m cada una, apoyadas en los extremos sobre los estribos del puente y en las partes intermedias sobre dos pilas de concreto armado (Figura 5.1). Las secciones se unen entre sí y con la carretera, por medio de juntas de expansión. Los extremos de cada una de las secciones tienen 20 puntos de apoyo, y están soportados mediante placas de neopreno sobre los estribos o las pilas. La parte estructural metálica es de 4 m de alto y se compone de perfiles tubulares rectangulares (PTR), armados de tal manera que forman dos pirámides encontradas por el vértice y con base cuadrada de 1 m. Las dimensiones del PTR son variables, siendo los de mayor tamaño los localizados en los extremos de cada sección y los más pequeños los localizados en el centro de los tres claros. Al respecto, se puede considerar que las tres secciones son iguales, encontrándose mínimas diferencias asociadas al proceso de fabricación. En la parte inferior del puente, las estructuras están soportadas por 20 cuerdas longitudinales que se componen de varillas de acero estructural, soldadas a las bases de las pirámides. Estas cuerdas están formadas por dos varillas en los extremos y se incrementan gradualmente hasta llegar a tener ocho varillas en el centro. Todas las uniones de la superestructura metálica son soldadas.

### **5.2.3 Descripción de la Instrumentación y de la Prueba**

Las pruebas se realizaron en la sección central del puente, utilizando dos acelerómetros de baja frecuencia, los cuales se colocaron en ambos extremos del centro del claro (puntos A y B de la Figura 5.1). Los acelerómetros se conectaron a su fuente de poder y a sus respectivos amplificadores. Estos últimos, se conectaron a una tarjeta digitalizadora controlada por una computadora personal, en la cual se registraron y almacenaron las mediciones simultáneas de aceleración.



(a) Vista panorámica del puente estudiado



(b) Croquis de la planta superior del puente

Figura 5.1 Ilustración y esquema del puente tipo tridilosa estudiado

Para las pruebas se utilizó un vehículo pesado tipo T3-S2 equipado con suspensión de muelles y con un peso bruto vehicular de 45 toneladas. Antes de dar inicio a la prueba, se suspendió el tráfico sobre el puente y posteriormente se hizo circular solamente el vehículo sobre el puente a una velocidad de 60 km/h por el carril de baja velocidad del extremo B. El registro de datos se inició en el instante que el vehículo llegaba a la primera sección del puente, obteniéndose datos durante 20 segundos. El vehículo tardó 4 segundos para cruzar cada sección y 12 segundos para cruzar todo el puente.

### 5.2.4 Análisis de los Registros de Aceleración

En las figuras 5.2 y 5.3 se presentan las mediciones de aceleración obtenidas en los puntos A y B. Se observa que el nivel de aceleración para el punto B es más alto con respecto al punto A, lo cual es de esperarse ya que corresponde al lado sobre el cual circuló el vehículo de prueba. Asimismo, la vibración por excitación es significativa durante los primeros 8 segundos, mientras que para los 12 segundos siguientes, predomina la vibración natural del puente.

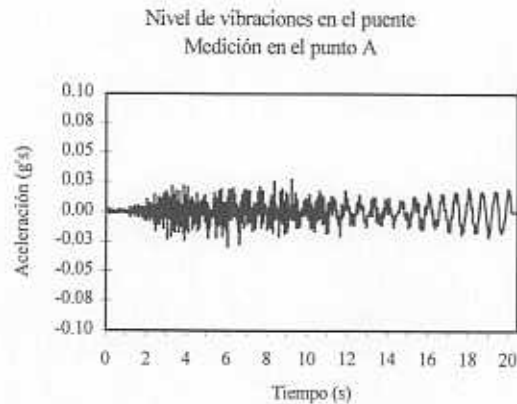


Figura 5.2 Vibración del punto A

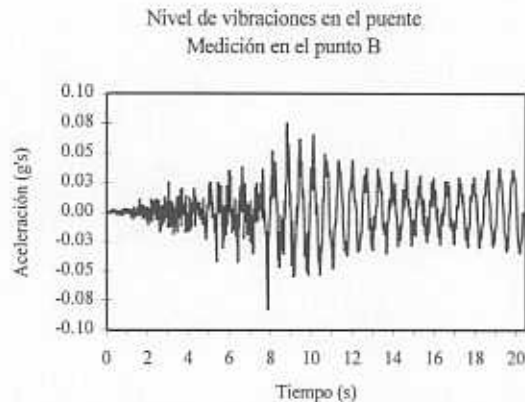


Figura 5.3 Vibración del punto B

El registro del punto A muestra que las vibraciones durante los primeros 12 segundos son fundamentalmente de mayor frecuencia y que corresponden a la excitación por el paso del camión. En este mismo caso, los últimos 8 segundos corresponden a la vibración natural del puente.

#### 5.2.4.1 Análisis de Fourier

Las transformadas de Fourier de las mediciones en A y B se presentan en las Figuras 5.4 y 5.5. En ambos casos, se observan dos picos, uno a 1.6 y el otro a 1.7 Hz, que corresponden a los primeros modos torsional y longitudinal, respectivamente. Para identificar a qué modo corresponde cada uno de los picos, se calculó la correlación cruzada de las mediciones para obtener la función del ángulo de fase. Se encontró que para la frecuencia de 1.6 Hz, el ángulo de fase era de casi  $180^\circ$ , mientras que para la frecuencia de 1.7 fue cercano a  $0^\circ$ , lo cual quiere decir que la frecuencia más baja corresponde al modo torsional y la otra frecuencia al modo longitudinal. Este mismo resultado se corroboró analizando los espectros en frecuencia de la suma y la resta de las dos señales, acentuándose el pico del modo longitudinal en el primer caso y del modo torsional en el segundo.

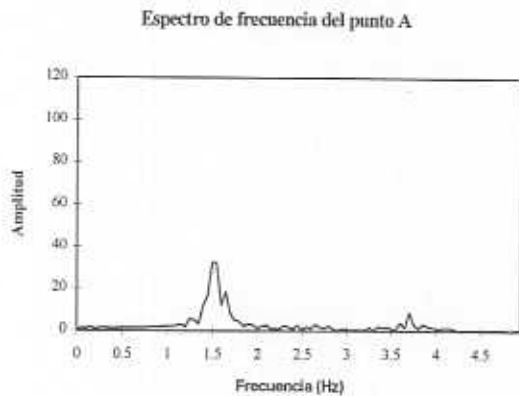


Figura 5.4 Transformada de Fourier de la señal en A

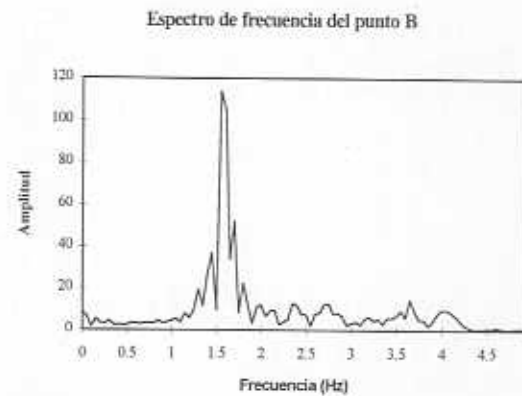


Figura 5.5 Transformada de Fourier de la señal en B

#### 5.2.4.2 Análisis Wavelet

En las figuras 5.6 y 5.7 se presentan las transformadas *Wavelet* de las dos señales mostradas en las figuras 5.2 y 5.3. En éstas se utilizó la función de Daubechies con 9 niveles. Se encontró que la función del nivel 5 es más sensible a las vibraciones torsionales de 1.6 Hz, mientras que el nivel 6 reflejó el comportamiento longitudinal de 1.7 Hz. Los niveles 8 y 9 muestran el comportamiento dinámico asociado al paso del vehículo.

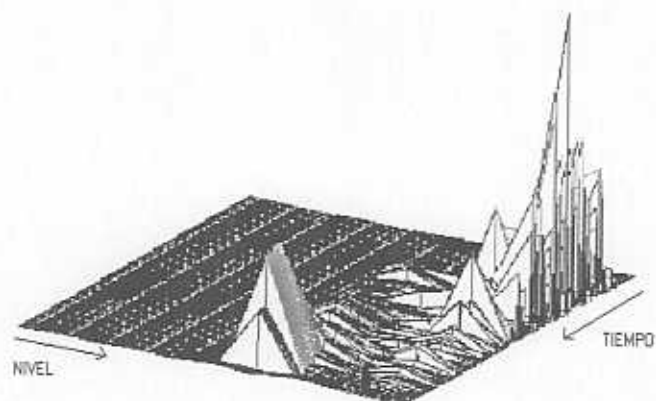


Figura 5.6 Transformada *wavelet* de la señal obtenida en el punto A

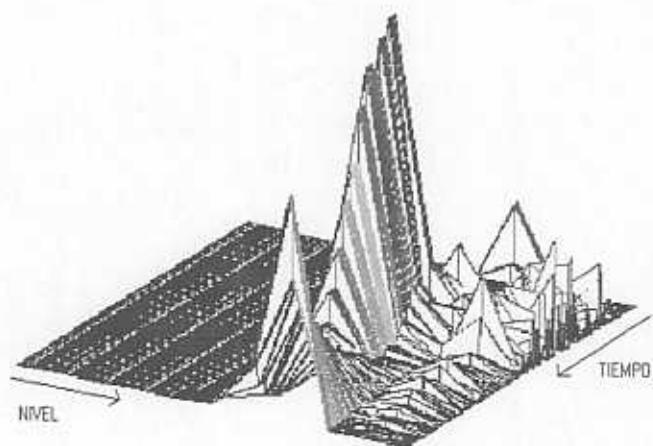


Figura 5.7 Transformada *wavelet* de la señal obtenida en el punto B

De la figura 2, que corresponde al punto A, se observa cómo cuando el vehículo llega a la segunda sección se empieza a excitar el primer modo torsional que, a su vez, excita al modo longitudinal. Cuando el vehículo sale de la sección central la vibración es fundamentalmente torsional, volviendo después a ser longitudinal y termina, en forma creciente, en el modo torsional al final de los 20 segundos registrados.

La transformada del punto B indica que cuando el vehículo entra al puente y pasa sobre la primera sección, se excita el primer modo longitudinal, pero al llegar a la segunda sección comienza a excitar el modo torsional, siendo éste el predominante aún después del paso de camión. Al final, se observa cómo se alterna el modo torsional con el longitudinal debido al efecto de acoplamiento que presentan.

### **5.2.5 Conclusiones al estudio**

De los resultados obtenidos de este trabajo se deduce que la teoría de *wavelets* tiene un amplio campo de aplicación en el análisis dinámico de estructuras. En particular, se encontró que esta teoría simplifica el análisis y filtrado de señales, respecto a otros métodos tradicionales, así como que permite estudiar una señal en tiempo y frecuencia simultáneamente. Como las características de la función analizadora tienen una influencia directa sobre los resultados obtenidos, resulta ser un aspecto fundamental de la aplicación de esta teoría la selección de la misma. Aún cuando en este trabajo se utilizó una sola familia de *wavelets* con buenos resultados, es recomendable ampliar este tipo de estudios a otros tipos de familias.

Para el caso analizado en este trabajo, se encontró que la transformada *wavelets* de Daubechies es apropiada para analizar señales que contienen información de modos muy cercanos o acoplados y que, a pesar de que la resolución no es muy fina, es suficiente para distinguir frecuencias con diferencia de 0.1 Hz.

### 5.3 Determinación Experimental del Comportamiento Estático y Dinámico de un Puente Tipo Tridilosa

Los puentes tipo tridilosa son estructuras que poseen características estructurales y dinámicas que los hacen ser ligeros, de construcción relativamente rápida y de costo menor comparado con otro tipo de puente, como podrían ser los puentes de concreto. Sin embargo, estos puentes resultan ser muy flexibles y, por lo tanto, más vulnerables a sufrir daño por el efecto dinámico debido a las distintas fuentes de excitación a las que están propensos. Debido a que la estructura tridimensional es de forma complicada y de que sus elementos se unen por medio de soldadura, su mantenimiento se vuelve complicado, de tal suerte que para poder determinar su condición estructural, las técnicas tradicionales de inspección resultan ser muy laboriosas.

En los últimos años los estudios se han enfocado a desarrollar procedimientos experimentales de evaluación que nos permitan conocer, en forma general, el estado en que se encuentra la estructura. A pesar del esfuerzo que se ha realizado, no se cuenta con una herramienta sencilla de análisis [118,119].

Una de las formas de análisis que se han estudiado en los últimos años es la determinación de los niveles y modos de vibrar de las estructuras ; mediante esto, no sólo se puede conocer o verificar las condiciones de seguridad de la estructura, sino también sus condiciones de deterioro o agotamiento a lo largo del tiempo.

#### 5.3.1 Descripción del Puente de Tridilosa

El trabajo que aquí se presenta se realizó en un puente de tridilosa (Figura 5.8), constituido de tres secciones de 60 m de longitud cada una ; la sección central fue el claro de estudio. Las dimensiones de cada sección son : 20 m de ancho con 4 m de peralte. Al elemento estructural básico de los puentes de tridilosa se le llama "piña" y está integrado por módulos que se forman de dos pirámides de base cuadrada, opuestas una a la otra y unidas en el vértice. Las pirámides se fabrican con elementos diagonales que están constituidos por tubos de perfil rectangular, con dimensiones de  $2\frac{1}{2}'' \times \frac{1}{4}''$  a  $1\frac{1}{2}'' \times \frac{1}{4}''$  que varían de acuerdo con las cargas que soportan. Dentro de la propia estructura también varia su sección, ya que son más robustas en la zona de influencia del esfuerzo cortante. Las cuerdas inferiores están formadas por manojos de varillas que comienzan siendo dos en los apoyos llegando a ocho en el centro del claro, se fabrican con varillas de  $\phi 1\frac{1}{2}''$  de acero de alta resistencia y los conjuntos se forman soldando a tope las varillas. Las cuerdas superiores están formadas con tubos de perfil rectangular, de



4" x 1/4" en el centro del claro y de 3" x 1/4" en las zonas inmediatas a los apoyos, los cuales se orientan para formar cajones rectangulares. En los apoyos se disponen elementos verticales y en toda la longitud de la estructura se refuerza con varillas colocadas en sentido vertical, unidas a los nodos superior e inferior. Sobre la losa de concreto hidráulico se tiene la capa de asfalto para cuatro carriles, dos barreras de protección laterales y un separador de carriles.

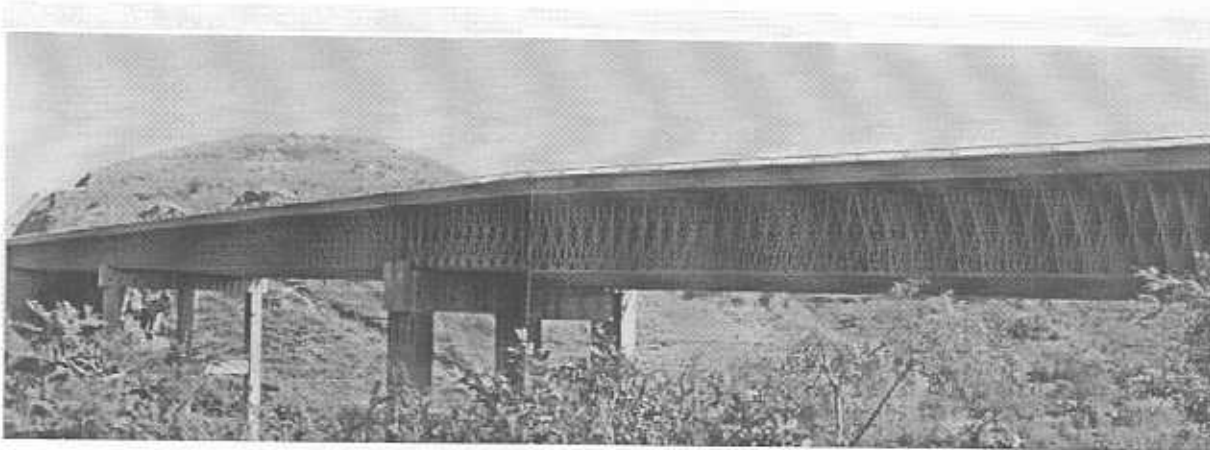


Figura 5.8 Vista panorámica del puente en estudio

### 5.3.2 Instrumentación

Para la instrumentación de la sección central del puente se emplearon cuatro tipos de instrumentación, esto es, para medir flecha estática, para medir los esfuerzos de tensión ( estáticos y dinámicos ), para medir desplazamiento estático en los apoyos y para medir vibraciones mecánicas. Para la medición de la flecha estática se seleccionaron 15 puntos, distribuidos a lo ancho y largo de la estructura, en cada punto se colocó un estadal que sirvió de referencia y para el registro de la lectura se utilizaron dos niveles de precisión. En la Figura 5.9 se indican los puntos seleccionados, en donde cada punto se identificó con el número de la cuerda longitudinal y se acompañó de una letra que especifica su ubicación ; la letra C (centro), N(norte), S(sur).

En la figura 5.10, se indican los 8 puntos donde se pegaron las galgas extensométricas para medir los esfuerzo de tensión en las cuerdas longitudinales. Los puntos identificados con las letras A, B, C y D, seleccionados en el centro del claro, corresponden a las cuerdas longitudinales 1, 7, 14, y 20 respectivamente. Los puntos E, F, G y H corresponden a los puntos seleccionados en el cuarto sur del claro sobre las mismas cuerdas.

Para poder obtener evidencias experimentales de cómo se mueven los apoyos, se instalaron dos transductores de desplazamiento del tipo LVDT en los apoyos exteriores ( puntos 1B y 20B ).

Para las mediciones de vibración se instalaron dos acelerómetros de baja frecuencia en los puntos I y II, que se localizan en el centro del claro y sobre las cuerdas longitudinales 1 y 20 respectivamente.

### 5.3.3 Descripción de Pruebas Estáticas y Dinámicas

#### 5.3.3.1 Medición de la Flecha Estática

En esta prueba se utilizaron vehículos de prueba del tipo T3-S2, con tres condiciones de carga y considerando las siguiente combinaciones, (ver Tabla 5.1).

En todos los casos los vehículos se colocaron sobre el puente de manera que su centro de masa coincidiera con el centro geométrico del claro. El peso de los vehículos sin carga fue de 14.15 toneladas y el peso de la carga fue 0, 15 y 30 toneladas.

Caso	Prueba	Vehículo		
	No.	PBV	Cuerpo	Carril
1	1.1	14.15	A	alta
	1.2	14.15	A	baja
	1.3	14.15	B	alta
	1.4	14.15	B	baja
2	2.1	29.15	A	alta
	2.2	29.15	A	baja
	2.3	29.15	B	alta
	2.4	29.15	B	baja
3	3.1	44.15	A	alta
	3.2	44.15	A	baja
	3.3	44.15	B	alta
	3.4	44.15	B	baja

Nota. PBV ( Peso Bruto Vehicular )

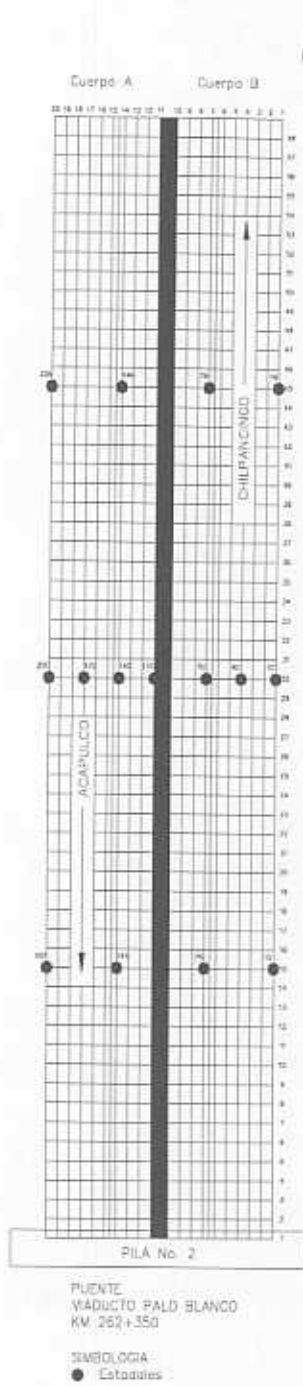


Figura 5.9 Puntos seleccionados para la medición de la flecha estática

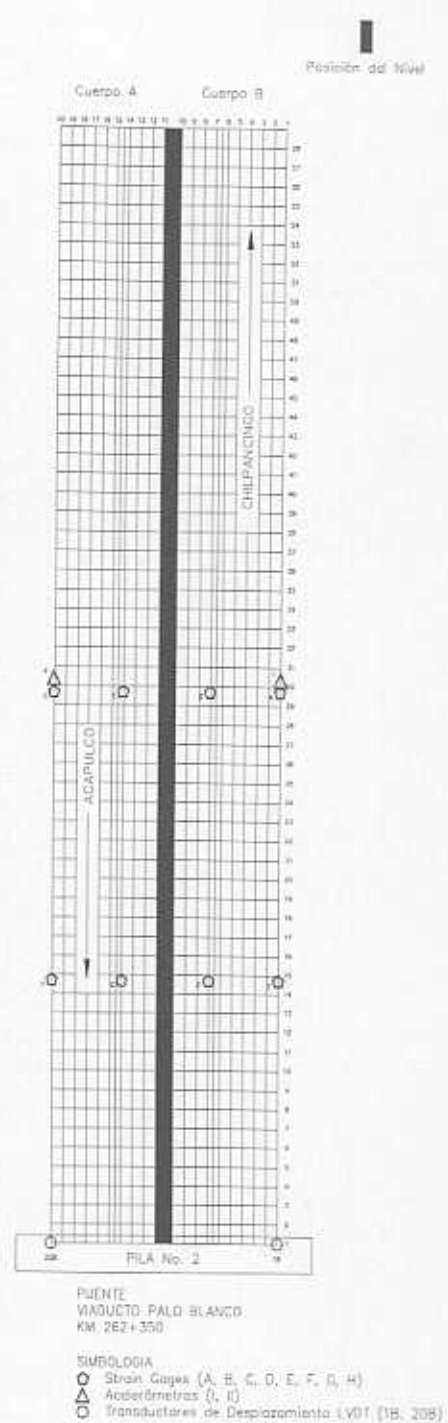


Figura 5.10 Posiciones para las galgas extensométricas

#### 5.3.3.2 Medición de esfuerzos de tensión estáticos

En forma simultánea con la medición de la flecha estática, se realizaron la medición de esfuerzos de tensión en los 4 puntos centrales ; A, B, C y D. Ya suspendido el tráfico y antes de que se colocaran los vehículos en el centro del claro, se calibraron a cero los instrumentos de medición. Una vez colocado el vehículo se registraron los esfuerzos de tensión.

#### 5.3.3.3 Medición de desplazamiento estático en los apoyos

Durante las mismas pruebas estáticas en las que se midieron flecha y esfuerzos, también se registraron los valores de desplazamiento en los puntos 1B y 20B.

#### 5.3.3.4 Medición de esfuerzos de tensión dinámicos

Se realizaron dos tipos de pruebas dinámicas ; por impacto y paso de vehículos por diferentes carriles. La prueba de impacto consistió en dejar caer una masa de 1500 Kg desde una altura de un metro. Posteriormente se liberó, buscando que el punto de impacto fuera lo más cercano al centro geométrico del puente. En la segunda prueba, la fuerza de excitación fue la que produjo el vehículo de prueba con peso bruto vehicular de 44.15 toneladas, circulando a una velocidad de 60 Km/hr por los carriles de baja y alta velocidad, en ambos cuerpos.

#### 5.3.3.5 Medición de vibraciones

Simultáneamente a las mediciones de deformación dinámica se registraron los movimientos oscilatorios a los que está sometida la estructura. Las mediciones de vibración se realizaron con acelerómetros de baja frecuencia colocados en los puntos I y II. En todos los casos, se midió aceleración y se identificaron frecuencias características y los primeros modos longitudinal y torsional. Adicionalmente, con esta instrumentación, para las frecuencias características se determinó si son de torsión o no.

### 4.2.4 Resultados

En las figuras 5.11, 5.12 y 5.13 se presentan algunas de las figuras obtenidas durante la prueba de medición de la flecha estática. Las figuras corresponden al casos de vehículo con carga completa.



Figura 5.11 Flecha estática en el 1er cuarto Norte



Figura 5.12 Flecha estática en el centro del claro



Figura 5.13 Flecha estática en el 3er cuarto Sur

A continuación se presentan los valores de esfuerzo de tensión estático para el mismo caso, vehículo con carga completa.



Figura 5.14 Esfuerzos de tensión estáticos en el centro del claro

De los transductores de desplazamiento LVDT que se colocaron en los puntos 1B y 20B, se obtuvieron las medidas del desplazamiento vertical en los dos apoyos, a continuación se muestran.

**Tabla 5.2**  
Desplazamiento vertical en los apoyos (  $10^{-3}$  mm )

Punto	Vehículo vacío				Vehículo con media carga				Vehículo con carga completa			
	Cuerpo A		Cuerpo B		Cuerpo A		Cuerpo B		Cuerpo A		Cuerpo B	
	alta	baja	baja	alta	alta	baja	baja	alta	alta	baja	baja	alta
1B	-9	2	12	8	4	-10	23	12	2	-19	50	20
20B	0	-1	21	5	3	7	-7	-14	5	-24	17	-13

A continuación se muestran los valores máximos del esfuerzo dinámico que se obtuvieron de cada prueba para los puntos A, B, C, D, E, F, G y H. Este valor máximo se relacionó con el valor estático para obtener el factor de impacto dinámico en esos puntos.

**Tabla 5.3**  
Esfuerzo de tensión dinámico y factor de impacto

Punto	Pasa por el cuerpo A				Paso por el cuerpo B			
	Carril de baja		Carril de alta		Carril de baja		Carril de alta	
	Esfuerzo Kg/cm <sup>2</sup>	Factor de impacto	Esfuerzo Kg/cm <sup>2</sup>	Factor de impacto	Esfuerzo Kg/cm <sup>2</sup>	Factor de impacto	Esfuerzo Kg/cm <sup>2</sup>	Factor de impacto
A	-22.70	0.921	16.44	1.094	147.53	1.094	94.66	1.109
B	30.88	1.105	52.38	0.968	131.88	1.060	109.79	1.124
C	132.99	1.008	124.14	1.135	37.74	1.350	63.86	0.975
D	150.86	0.967	118.75	1.246	-16.75	0.840	26.45	0.925
E	-27.98	1.313	15.86	0.748	137.89	1.111	73.32	0.909
F	35.24	1.203	53.08	0.913	126.96	1.068	97.83	0.929
G	126.74	1.719	111.39	0.966	36.73	1.058	59.36	0.966
H	130.80	1.021	98.96	1.144	-17.68	1.646	25.53	0.959

De manera general, con base en los datos obtenidos de aceleración y con el procesamiento de la señal, se obtienen los espectros en frecuencia y sus correspondiente modos de vibrar del puente. A continuación se presentan.

Modo	Cuerpo A		Cuerpo B		Tipo
	Frecuencia Hz	Angulo de fase	Frecuencia Hz	Angulo de fase	
1	1.49-1.51	179°	1.5-1.51	173°	Torsión
2	1.54-1.55	169°	1.55	157°	Torsión
3	1.57-1.59	92°	1.57-1.59	85°	Longitudinal
4	-----	-----	1.64-1.65	13°	longitudinal
5	5.59	179°	5.58	143°	Torsión
6	5.65-5.68	169°	5.65-5.66	133°	Torsión
7	5.65-5.68	91°	5.95	93°	longitudinal
8	6.97-6.99	83°	7.0	13°	longitudinal
9	8.96-9.0	45°	8.95-9.05	83°	longitudinal

### 5.3.5 Discusión de resultados y conclusiones

De los resultados estáticos y dinámicos se observa que el puente presenta un comportamiento asimétrico ya que el cuerpo B tiene mayor rigidez que el cuerpo A, esto se atribuye a que las cuerdas inferiores del cuerpo B están reforzadas. Para el caso de la flecha estática existe una variación del 10% ; mientras que para los esfuerzos estáticos, las diferencias son entre el 3 y 10% y en algunos casos particulares llega al 20% bajo condiciones de equidad. De igual forma , los factores de impacto dinámico resulta mayores cuando el vehículo circula sobre el cuerpo A.

Se observa que para los niveles alcanzados de flecha estática con diferentes condiciones y distribución de carga, además de lo ya descrito, se utilizó otro vehículo con media carga y bajo condiciones diferentes de ubicación, se puede aplicar con buena aproximación el principio de superposición ; sin embargo, se presentan problemas de linealidad debido a la distribución de carga y deformación a la que se encuentran sometidos cada elemento que constituye la estructura.

Existe una correlación estrecha entre el esfuerzo de tensión y la flecha estática, para cada punto seleccionado. Se identifican tres modos de vibrar ; 1.49, 1.56, y 1.64 Hz, siendo el primero torsional, el segundo longitudinal asociado a la pila y vibración de todo el puente y el tercero con la vibración longitudinal de la sección en estudio.

Referente a los apoyos, se observó que el neopreno, además del grado de deterioro que presenta, está trabajando en forma no lineal.



## 5.4 Un modelo de la interacción vehículo pesado - puente

### 5.4.1 Introducción

En una primera aproximación [123,125], la interacción vehículo pesado - puente involucra la dinámica de dos subsistemas, uno que comprende a los vehículos y el otro que comprende al puente. En este esquema, el subsistema vehículo responde al perfil del camino, aplicando cargas dinámicas sobre la infraestructura, la cual reacciona dinámicamente de acuerdo a sus características de distribución de la masa, rigidez y amortiguamiento. Otra aproximación a esta interacción vehículo - puente, considera que no existe más que un sistema o que, en todo caso, los vehículos son un subsistema del puente. Otro enfoque incluye la infraestructura carretera adyacente a los puentes, lo cual afecta no solamente la respuesta dinámica de los vehículos sino también la del subsuelo adyacente al puente.

Se estima que un modelo realista de la interacción vehículo pesado - puente, tendría que considerar lo mostrado en la Figura 5.15, esto es, que existe una distribución espacial de las cargas dinámicas sobre el puente y que estas cargas pueden ser originadas por diversos vehículos (con distintas velocidades y características), al estar circulando simultáneamente sobre el puente. Este modelo realista también debe considerar que las irregularidades geométricas del puente varían de un carril a otro, que la interface del puente con el resto de la carretera puede contener discontinuidades y que el pavimento adyacente a él también tiene diferentes niveles de rugosidad.

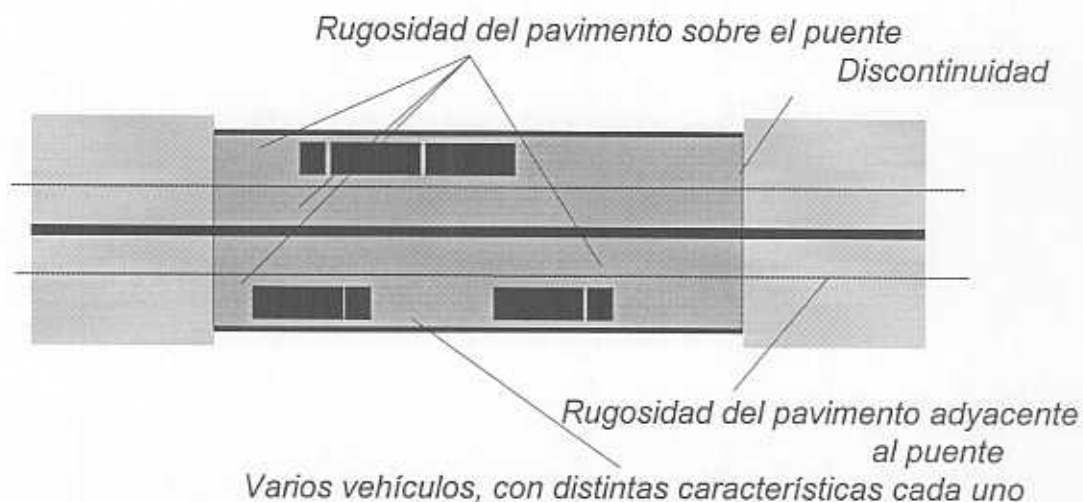


Figura 5.15 Descripción de la interacción vehículos pesados - pavimento

A partir del modelo tridimensional descrito anteriormente y para poder efectuar un análisis paramétrico de las diferentes variables involucradas, en este trabajo se presenta un modelo plano del puente, en el que solo está circulando un vehículo, estando el puente apoyado simplemente en sus extremos. Asimismo, para el vehículo se consideró el modelo cuarto de carro [124] que sólo producirá una rodera en la superficie de rodamiento del modelo del puente.

#### 5.4.2 Descripción del vehículo cuarto de carro y obtención de su respuesta dinámica

El vehículo modelado es una versión simplificada de un vehículo pesado. Esta versión simplificada del vehículo consiste de dos masas acopladas por elementos elásticos sin masa. La masa superior (masa suspendida) representa la masa del vehículo y la inferior (masa no suspendida), a la masa de la suspensión y de los ejes. En la Figura 5.16 se presenta este modelo de vehículo.

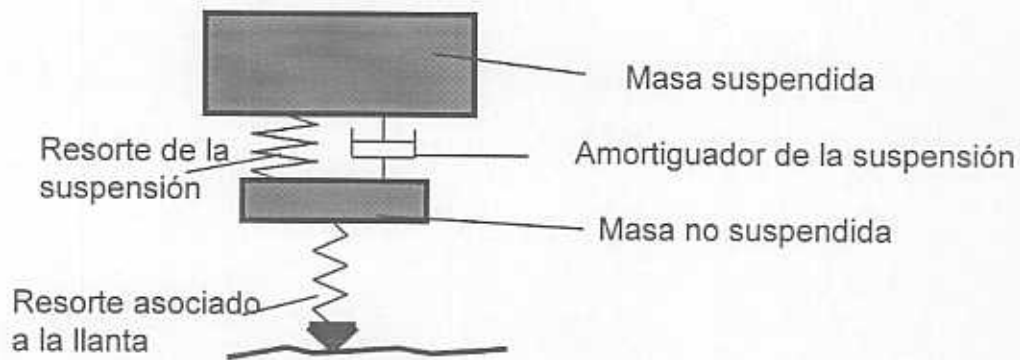


Figura 5.16 Vehículo cuarto de carro

La respuesta dinámica del vehículo cuarto de carro se obtuvo mediante la aplicación del método de las matrices de transferencia. Este método ha probado ser muy eficiente para la obtención del Índice Internacional de Rugosidad [127].

Las ecuaciones de movimiento para las masas suspendida y no suspendida del cuarto de carro son :

$$m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_u) - c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) \quad (5.3)$$

$$m_u \ddot{z}_u = -k_l(z_u - Z(t)) + k_s(z_s - z_u) + c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) \quad (5.4)$$

donde,

$c_s$  es la constante de amortiguamiento viscoso de la suspensión [Ns/m]

$k_s$  es la constante de rigidez de la suspensión [N/m]

$k_l$  es la constante de rigidez de la llanta [N/m]

$m_s$  es la masa suspendida [kg]

$m_u$  es la masa no suspendida [kg]

$z_s$  es la posición de la masa suspendida [m]

$z_u$  es la posición de la masa no suspendida [m]

$Z(t)$  es la altura del pavimento [m]

Para obtener la solución de estas ecuaciones de movimiento de acuerdo al método de las matrices de transferencia para sistemas discretos, se vuelven a derivar las ecuaciones de tal manera que esto involucra la derivada del perfil de la carretera,  $\dot{Y}(t)$ . Con esto, las ecuaciones de movimiento quedan como sigue :

$$m_s \ddot{z}_s = -k_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) - c_s (\ddot{z}_s - \ddot{z}_u) \quad (5.5)$$

$$m_u \ddot{z}_u = -k_l (z_u - Z(t)) + k_s (z_s - z_u) + c_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) \quad (5.6)$$

Empleando las siguientes igualdades e identidades,

$$\frac{k_s}{m_s} = K_2, \quad \frac{c_s}{m_s} = C, \quad \frac{k_l}{m_s} = K_1, \quad \frac{m_u}{m_s} = u, \quad \ddot{z}_s = \ddot{z}_s, \quad \ddot{z}_u = \ddot{z}_u \quad (5.7)$$

las ecuaciones de movimiento para el sistema cuarto de carro quedan en forma matricial como sigue :

$$\left\{ \dot{y}(t) \right\} = [A] \left\{ y(t) \right\} + [A] \left\{ Y(t) \right\} \quad (5.8)$$

donde :

$$\left\{ \dot{y}(t) \right\} = \begin{Bmatrix} \dot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \dot{z}_u \\ \dot{z}_u \end{Bmatrix}, \left\{ y(t) \right\} = \begin{Bmatrix} z_s \\ z_s \\ z_u \\ z_u \end{Bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_2 & -C & K_2 & C \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_2}{u} & \frac{C}{u} & -\frac{(K_1 + K_2)}{u} & -\frac{C}{u} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_1}{u} \end{bmatrix}, \left\{ Y(t) \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{z}(t) \end{Bmatrix}$$

Una vez obtenida la expresión matricial anterior, la solución del vector de estado  $\left\{ y(t) \right\}$  puede expresarse como :

$$\left\{ y(t + \Delta t) \right\} = [\Phi] \left\{ y(t) \right\} + [\Gamma] \left\{ Y(t) \right\} \quad (5.9)$$

donde:

$$[\Phi] = e^{[A]t} = [I] + [A]dt + [A][A]dt^2 / 2! + [A][A][A]dt^3 / 3! + \dots \quad (5.10)$$

$$[\Gamma] = \int_0^{\Delta t} e^{[A](t-\tau)} [B] d\tau = [A]^{-1} ([\Phi] - [I])[B] = [PR] \quad (5.11)$$

La matriz  $[\Phi]$  es conocida como la matriz de transición y  $[\Gamma]$  como la matriz de respuesta particular.

### 5.4.3 Descripción del puente simulado

Para el caso del cuarto de carro simulado en este trabajo, los datos del vehículo son de la siguiente manera :

$$c_x = 20 \text{ kN s / m} , k_x = 1 \text{ MN/m} , k_l = 2 \text{ MN/m} , m_x = 5000 \text{ kg} \text{ y } m_u = 500 \text{ kg}$$

El puente considerado en estas simulaciones consistió de una estructura de concreto armado de 15 metros de claro y 3.5 metros de ancho. De la realización de los cálculos para obtener una sección equivalente en concreto hidráulico, se obtuvo que el momento de inercia de la sección transversal fue de  $0.014 \text{ m}^4$ , y la masa por unidad de longitud es de  $8000 \text{ kg/m}$ . El módulo de elasticidad del concreto hidráulico se tomó de  $1.3 \text{ E}+10 \text{ Pa}$ .

### 5.4.4 Obtención de la respuesta dinámica del puente, obteniendo las ecuaciones de movimiento mediante el método del elemento finito.

La ventaja de la aplicación del método del elemento finito para obtener las ecuaciones de movimiento radica en que las expresiones de rigidez y masa pueden ser obtenidas para un elemento finito típico y después ser ensambladas para obtener la ecuación de movimiento de todo sistema.

Ecuaciones de rigidez y masa para un elemento. Para el elemento sometido a flexión mostrado en la Figura 5.17, las ecuaciones de masa y rigidez,  $[m]_e$  y  $[k]_e$ , con los grados de libertad  $u_1, u_2, u_3, u_4$ , están dadas por :

$$[m]_e = \frac{mh}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22 & 54 & -13 \\ 22 & 4 & 13 & -3 \\ 54 & 13 & 156 & -22 \\ -13 & -3 & -22 & 4 \end{bmatrix} \quad [k]_e = \frac{EI}{h^3} \begin{bmatrix} 12 & 6 & -12 & 6 \\ 6 & 4 & -6 & 2 \\ -12 & -6 & 12 & -6 \\ 6 & 2 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

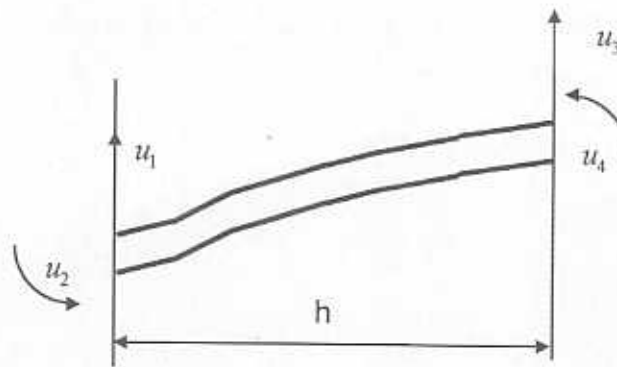


Figura 5.17 Elemento finito a flexión

El ensamble de las matrices de todos los elementos está dado por la suma de las matrices extendidas para cada elemento. A su vez, las matrices extendidas se obtienen de incluir en cada una de ellas las coordenadas de todo el sistema. Posteriormente, de las matrices resultantes del ensamble se eliminan las coordenadas restringidas. De esta forma las matrices de masa y rigidez están dadas por :

$$[\bar{M}] = \sum_{e=1}^E [\bar{M}]_e, \quad [\bar{K}] = \sum_{e=1}^E [\bar{K}]_e$$

donde  $[\bar{M}]_e$  y  $[\bar{K}]_e$  son las matrices de masa y rigidez extendidas

De esta manera, las ecuaciones de movimiento para el puente considerado quedan :

$$[\bar{M}]\{\ddot{U}\} + [\bar{K}]\{U\} = \{\bar{F}\} \quad (5.12)$$

donde  $\{\bar{F}\} = \sum_{e=1}^E [\bar{F}]_e$  son las fuerzas nodales para el sistema completo y  $\{U\}$  es un vector que representa los grados de libertad del sistema. En forma alternativa las matrices  $[A]$  y  $[B]$  se pueden obtener aplicando el método del elemento finito, de tal manera que las expresiones quedan como sigue [128] :

$$[A] = \left[ \begin{array}{c|c} [0] & [1] \\ \hline -[m]^{-1}[k] & [0] \end{array} \right] \quad [B] = \left[ \begin{array}{c|c} [0] & [0] \\ \hline [0] & [m]^{-1} \end{array} \right]$$

#### 5.4.5 Parámetros para la simulación de la interacción

Los valores nominales para las características de este vehículo cuarto de carro, considerándolo equipado con una suspensión de aire son [126] : 5,000 kg para la masa suspendida, 500 kg para la masa no suspendida, de 2,000,000 N/m para la rigidez de la llanta, de 400,000 N/m para la rigidez de la suspensión y de 20,000 Ns/m para la constante de amortiguamiento viscoso de la suspensión.

El puente considerado en estas simulaciones consistió de una estructura de concreto armado de 15 metros de claro y 3.5 metros de ancho. La sección transversal equivalente de este puente, en concreto hidráulico, tiene un momento de inercia de  $0.014 \text{ m}^4$ , y una masa por unidad de longitud de 8000kg/m. El módulo de elasticidad del concreto hidráulico se tomó de  $1.3 \text{ E}+10 \text{ Pa}$ . En la Figura 5.18 se muestra la estructura del puente simulado, considerando doce elementos finitos.

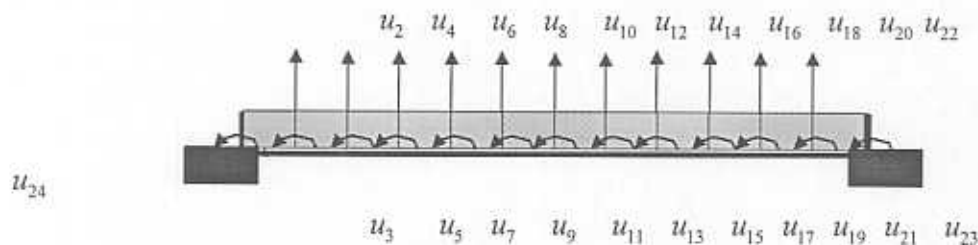


Figura 5.18 Modelo de elemento finito del puente de concreto armado de 15 metros de longitud

La respuesta dinámica del vehículo se obtuvo inicialmente para un perfil del pavimento segmentado cada 50 cm. Con esta longitud, la respuesta del vehículo se evaluó cada 0.0225 segundos, equivalente a circular a 80 km/h. Por el lado del puente, la convergencia en el cálculo de la matriz de transición se obtuvo para incrementos de tiempo muy pequeños (0.005625 s) y 1.25 m de longitud de los elementos. Para tratar la diferencia en el periodo de evaluación de la respuesta dinámica del vehículo y del puente, la solución se planteó suponiendo un valor para el perfil del pavimento, cada  $1.25 / (0.0225 / 0.005625)$ , dado en metros.

Los perfiles del pavimento de un tramo previo al puente y sobre el puente son los mostrados en la Figura 5.19. Estos perfiles fueron obtenidos de mediciones en tramos de carreteras, aunque no precisamente sobre un puente [129]. Con objeto de ayudar en el análisis de resultados, en la Figura 5.20 se presentan los índices internacionales de rugosidad para estos perfiles de pavimento.

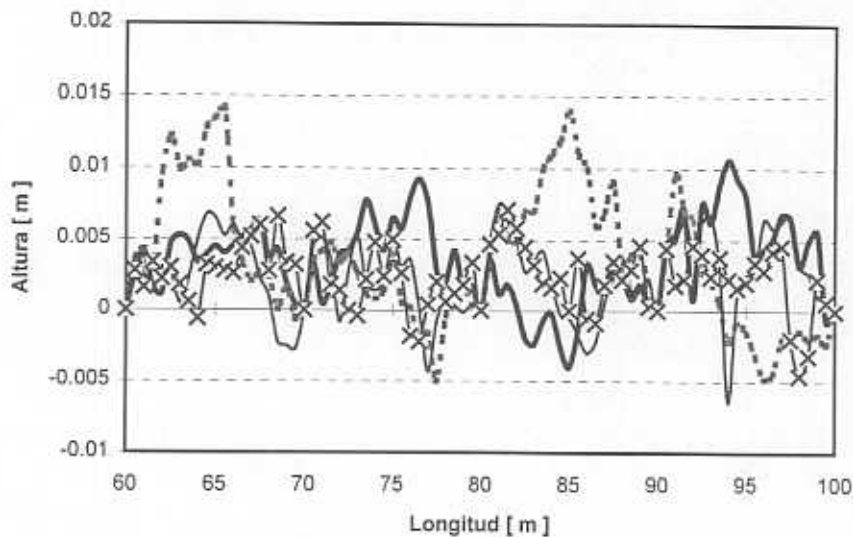


Figura 5.19 Cuatro perfiles medidos

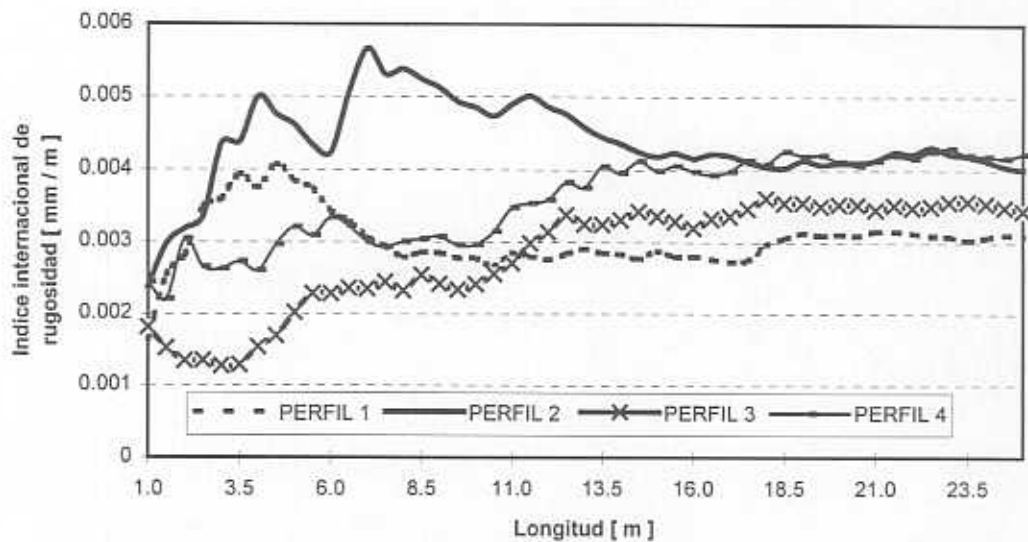


Figura 5.20 Índice internacional de rugosidad para los cuatro perfiles medidos



#### **5.4.6 Análisis paramétrico de la respuesta del puente al paso de un vehículo cuarto de carro**

En esta sección se presenta la evaluación del incremento dinámico de la respuesta del puente y de su deflexión máxima, como función de los principales parámetros del vehículo y del mismo puente.

Atendiendo a la definición de incremento dinámico de la deflexión del puente por efecto del paso de un vehículo, esto es, el cociente de la deformación del puente con el vehículo en movimiento respecto a la deformación que produciría una carga estática, en este trabajo se tomó este incremento dinámico dado por [130] :

$$\text{Incremento dinámico} = \frac{\text{deflexión máxima del puente con el vehículo circulando a alta velocidad}}{\text{deflexión máxima del puente con el vehículo circulando a baja velocidad}}$$

Las pruebas se efectuaron a velocidades de 50 km/h y 80 km/h (consideradas como altas), con respecto a la considerada baja, de 8 km/h. También se obtuvo la curva elástica del puente para estas mismas velocidades de circulación del cuarto de carro.

#### ***Incremento dinámico y deflexión máxima vs rugosidad del camino***

En las Figuras 5.21a y 5.21b se presentan los resultados de calcular la deflexión máxima alcanzada en la parte media del claro, para distintos niveles de rugosidad del pavimento y dos velocidades para el vehículo.

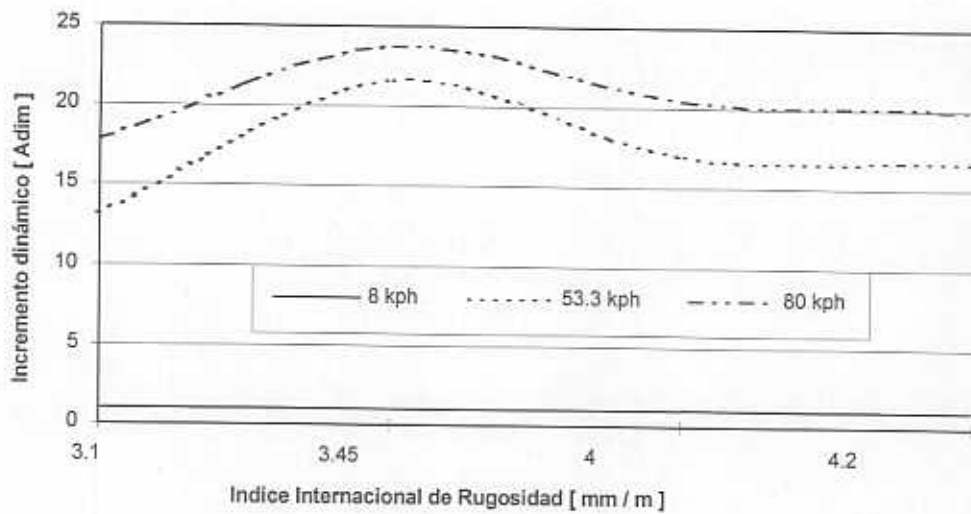


Figura 5.21a Incremento dinámico vs IIR

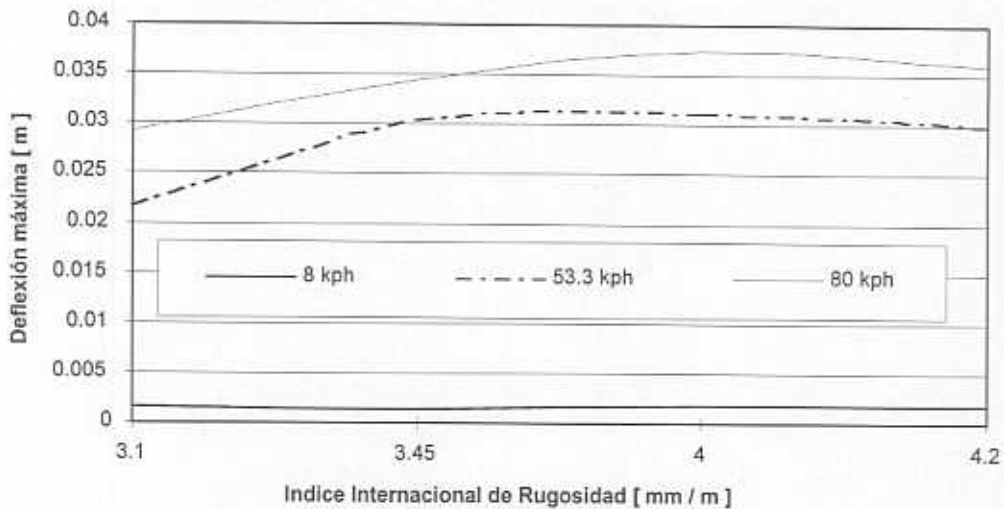


Figura 5.21b Deflexión máxima vs IIR

**Incremento dinámico y deflexión máxima vs masa suspendida del carro**

En las Figuras 5.22a y 5.22b se presentan los resultados de calcular el incremento dinámico y las deflexiones máximas para distintos valores de la masa suspendida del cuarto de carro para las dos velocidades del vehículo consideradas.

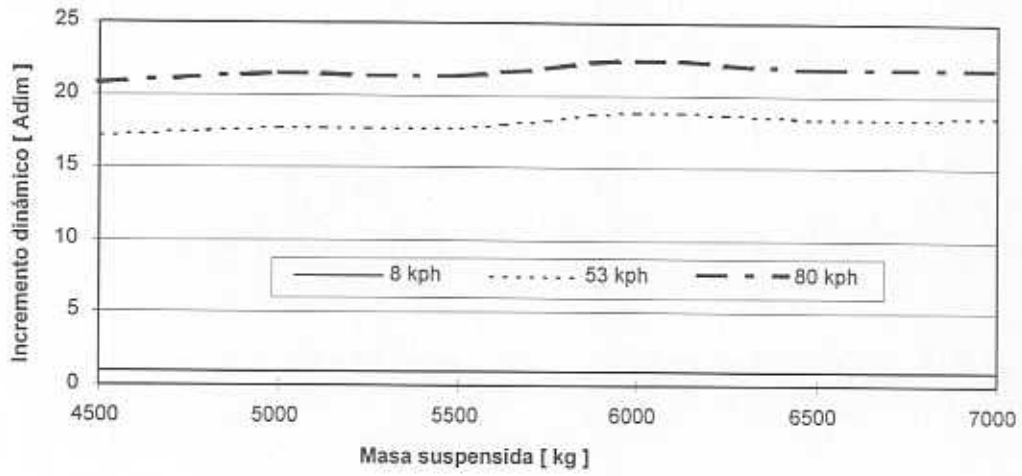


Figura 5.22a Incremento dinámico vs masa suspendida del vehículo

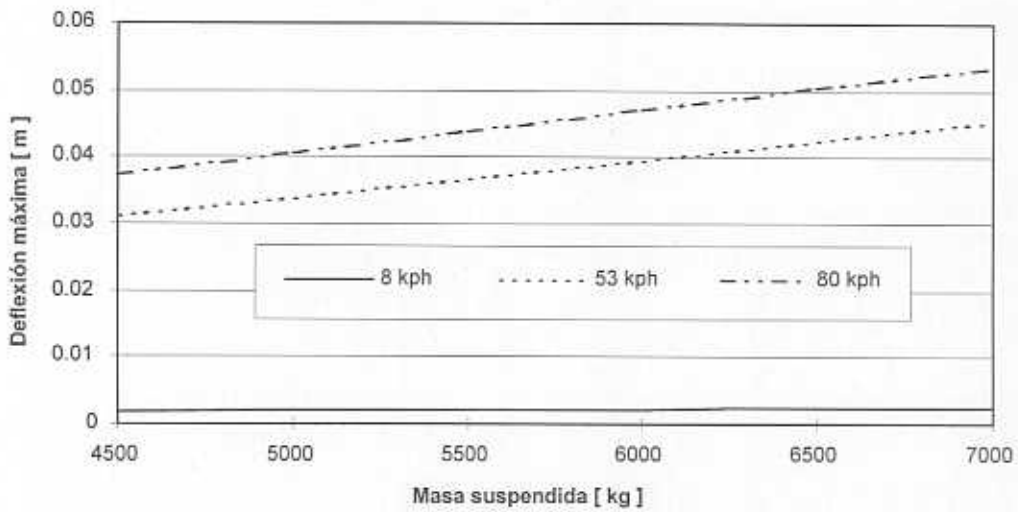


Figura 5.22b Deflexión máxima vs masa suspendida del vehículo

### Incremento dinámico y deflexión máxima vs amortiguamiento de la suspensión del vehículo

En las Figuras 5.23a y 5.23b se presentan los resultados de calcular el incremento dinámico y las deflexiones máximas como una función del amortiguamiento de la suspensión, para dos velocidades del vehículo.

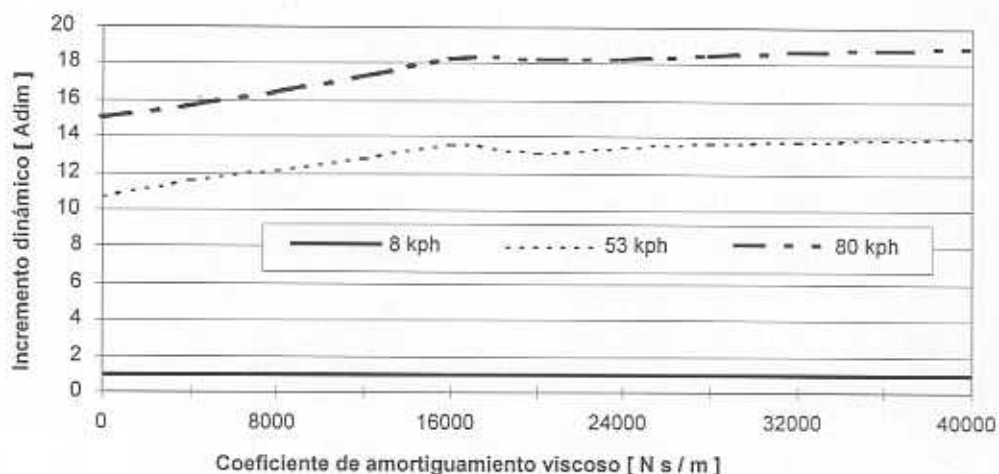


Figura 5.23a Incremento dinámico vs amortiguamiento de la suspensión

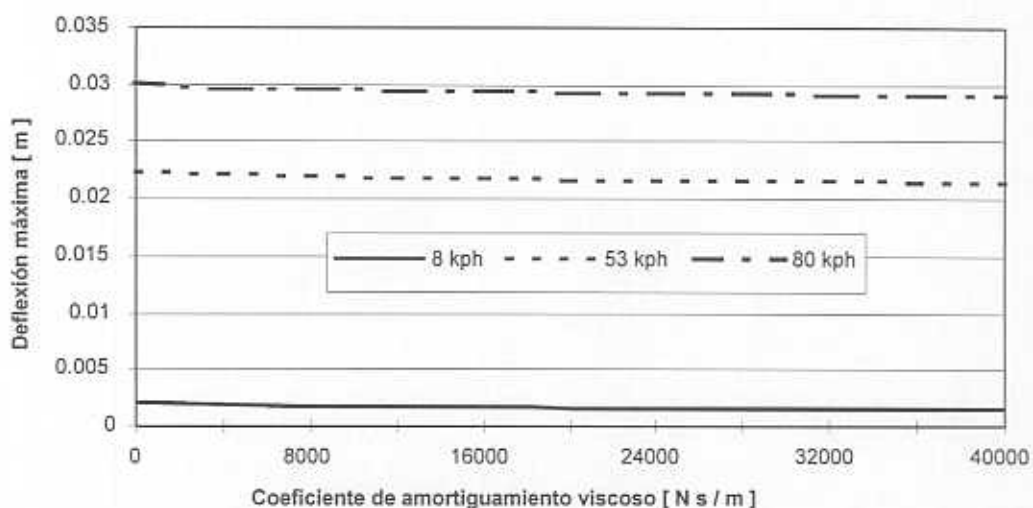


Figura 5.23b Deflexión máxima vs amortiguamiento de la suspensión

### Incremento dinámico y deflexión máxima vs masa no suspendida del vehículo

En las Figuras 5.24a y 5.24b se presentan los resultados de calcular el incremento dinámico y las deflexiones máximas para distintos valores de la masa no suspendida y dos velocidades del vehículo.

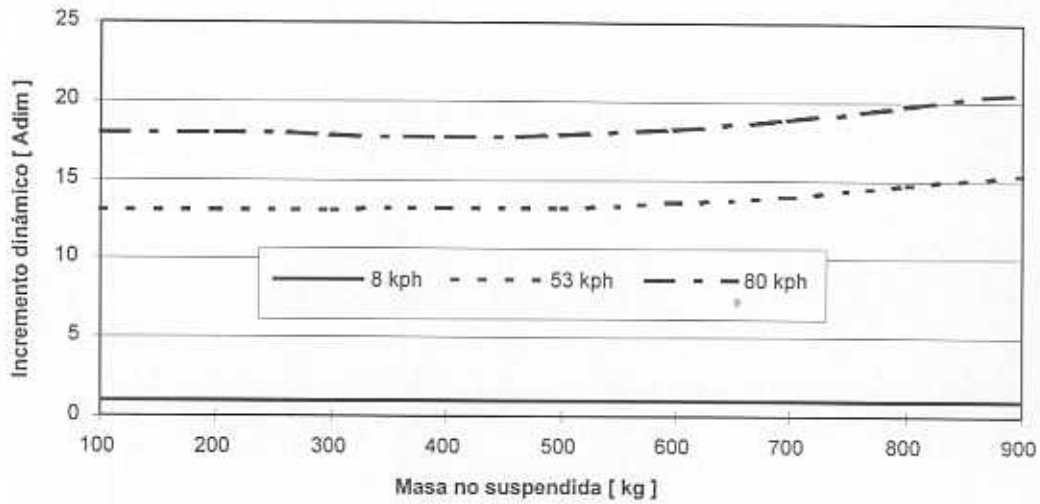


Figura 5.24a Incremento dinámico vs masa no suspendida del vehículo

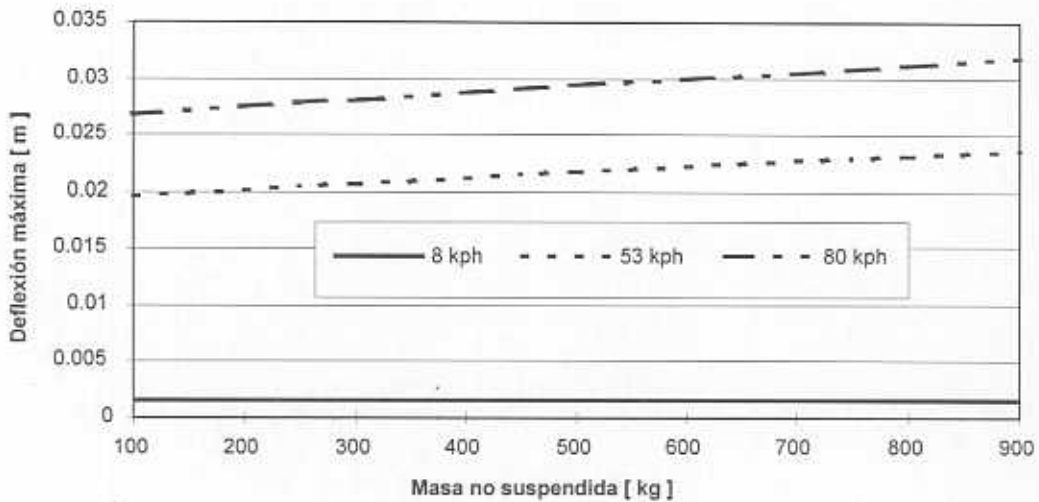


Figura 5.24b Deflexión máxima vs masa no suspendida del vehículo

### Incremento dinámico y deflexión máxima vs rigidez de la suspensión

En las Figuras 5.25a y 5.25b se presentan los resultados de calcular el incremento dinámico y las deflexiones máximas, para distintos valores de la rigidez de la suspensión, a dos velocidades del vehículo.

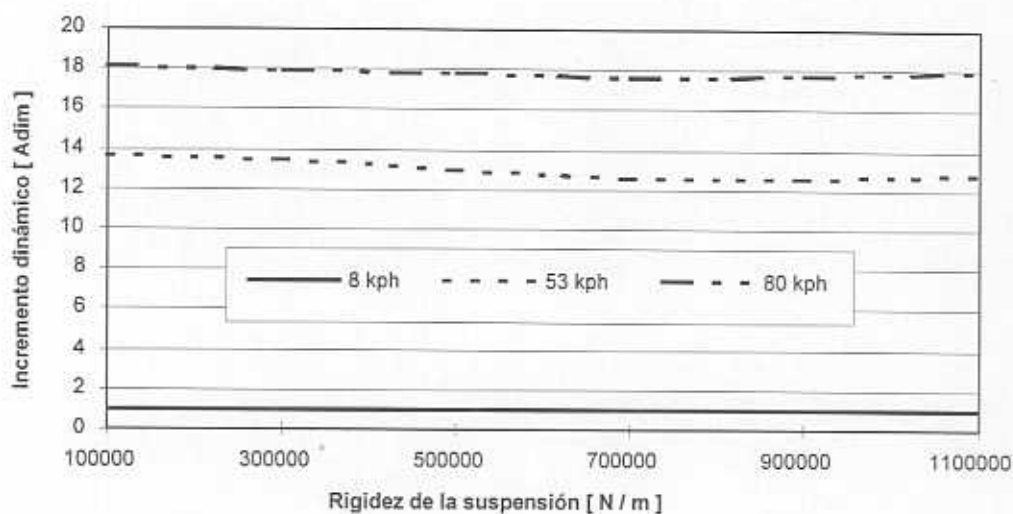


Figura 5.25a Incremento dinámico vs rigidez de la suspensión del vehículo

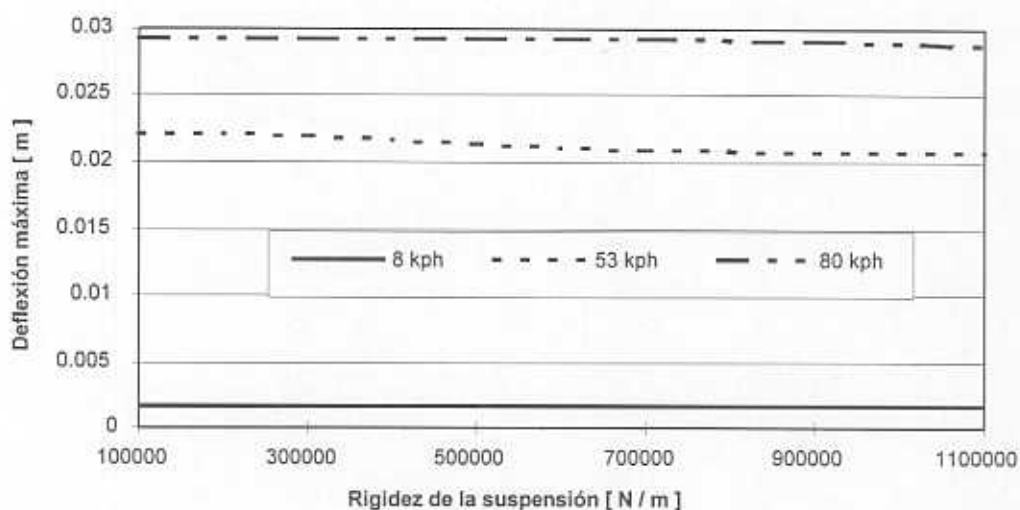


Figura 5.25b Deflexión máxima vs rigidez de la suspensión del vehículo

### Curvas elásticas del puente para distintas velocidades del cuarto de carro

Con objeto de observar el efecto de la velocidad del vehículo sobre la respuesta del puente de una manera más evidente, en las Figuras 5.26 a 5.28 se presentan las elásticas en distintos instantes durante el paso del vehículo sobre el puente, para las tres velocidades consideradas, i.e., 8, 50 y 80 km/h, respectivamente.

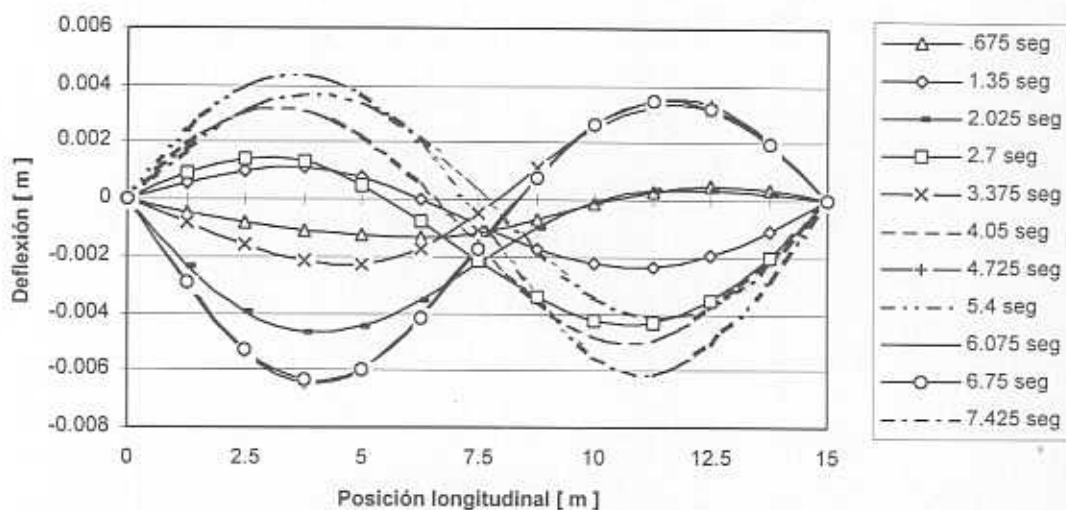


Figura 5.26 Curvas elásticas para el puente con el vehículo circulando a 8 km/h  
El vehículo tarda en cruzar el puente 6.75 seg

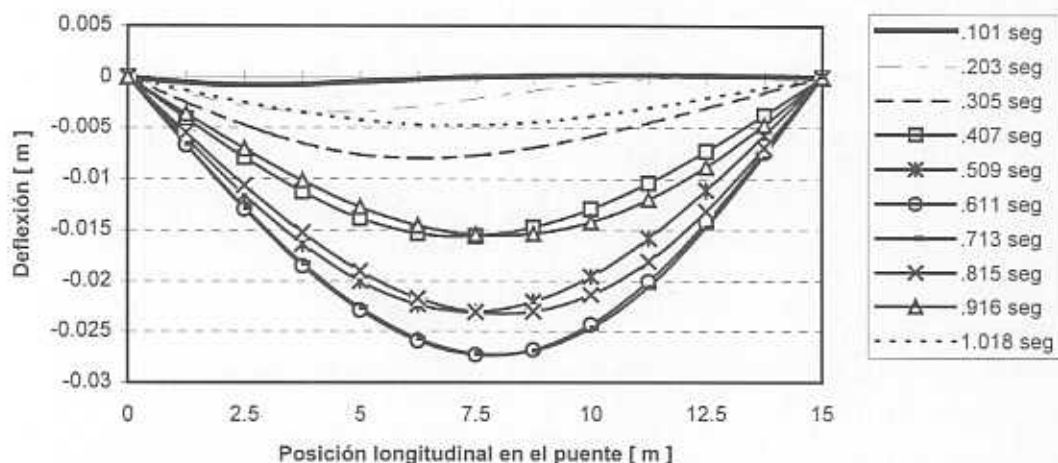


Figura 5.27 Curvas elásticas para el puente con el vehículo circulando a 53 km/h  
El vehículo tarda en cruzar el puente 1.018 seg

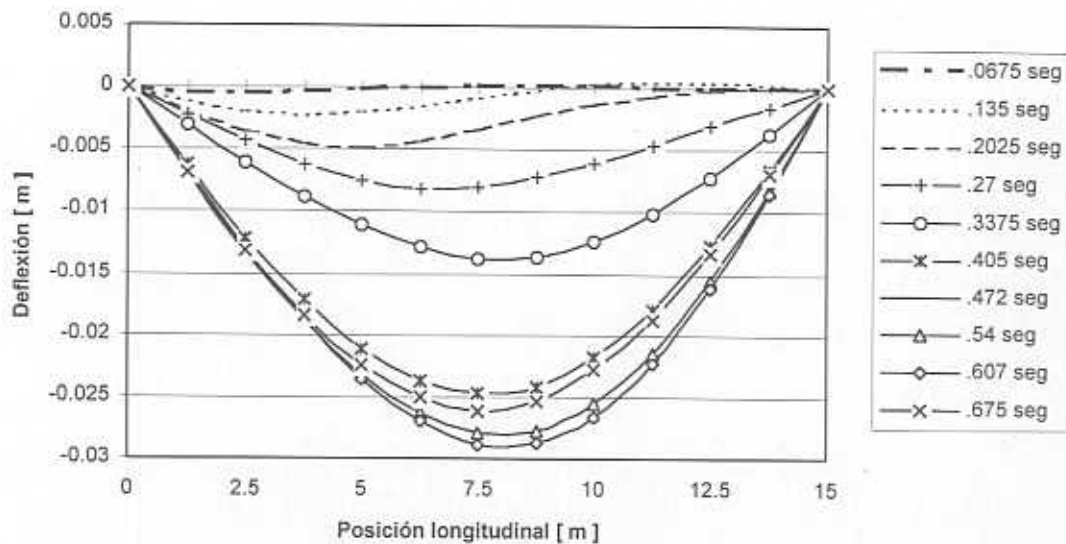


Figura 5.28 Curvas elásticas para el puente con el vehículo circulando a 80 km/h  
El vehículo tarda en cruzar el puente 0.675 seg

#### 5.4.7 Conclusiones

En este trabajo se ha presentado un modelo para el análisis de la interacción vehículo pesado - puente, el cual muestra la importancia de la respuesta dinámica del vehículo sobre la respuesta dinámica del puente, permitiendo un análisis paramétrico de las principales variables que intervienen en la interacción.

Se observa que el *incremento dinámico* (ID) es sensible principalmente a la rugosidad de los pavimentos y a la velocidad de los vehículos. Para el caso de la rugosidad del pavimento, la variación no es monótona, debido a la combinación de parámetros de la respuesta dinámica del vehículo y del puente, observándose variaciones cercanas al cincuenta por ciento para variaciones de apenas medio milímetro por metro en el índice internacional de rugosidad. Respecto al efecto de la velocidad, los valores del ID oscilan entre 14 para el caso de 53 km/h en un pavimento en buen estado, hasta 24 para el caso en el que el vehículo viaja a 80 km/h en un pavimento en mal estado. El efecto de otros parámetros, como las masas suspendida y no suspendida del cuarto de carro, es ligeramente no lineal si se mide en términos del ID, y es lineal si se mide en términos de las deflexiones máximas absolutas.

Para variaciones importantes de la constante de amortiguamiento de la suspensión del vehículo (al doble del valor nominal), la variación de la deflexión absoluta del puente, no es mayor al 10 por ciento, y la del ID es de alrededor del



treinta por ciento. Para variaciones de 10 veces la rigidez nominal de la suspensión del cuarto de carro, se observó sólo una variación del 10 por ciento la respuesta del puente.

Este modelo representa un punto de partida para analizar situaciones más complejas, en las que se tengan varios vehículos (con varios ejes), circulando al mismo tiempo sobre un puente tridimensional. Sin embargo, de los resultados hasta ahora obtenidos se podrían plantear consideraciones sobre los niveles máximos de rugosidad en el camino previo y sobre el puente, sobre el control efectivo de la velocidad de los vehículos al cruzar el puente y sobre la observancia de los límites de pesos para los vehículos.

El análisis de la respuesta dinámica de los puentes ha demostrado ser una herramienta muy poderosa para evaluar la condición estructural de este tipo de infraestructuras. Su aplicación como una técnica no destructiva ha resultado ser muy efectiva; sin embargo, su implementación práctica no es sencilla. En primer lugar, es necesario contar con un modelo teórico, numérico o experimental de referencia, con objeto de tener información de los parámetros de vibración que representan la condición ideal o sin daño, y que serán los valores con que se comparen las condiciones futuras o subsecuentes. En segundo lugar, el procedimiento experimental se debe planear con cuidado para obtener la información deseada y evitar los errores de medición. Finalmente, la selección del algoritmo de interpretación, que debe estar muy ligado con el procedimiento experimental y la instrumentación, se debe seleccionar cuidando tomar en cuenta las características del puente y el potencial daño que puede tener. Es importante destacar que, independientemente de lo anterior, para tener información detallada y suficiente se requiere de una instrumentación igualmente proporcionada a ese nivel de detalle. En cuanto a los diferentes esquemas para la detección de daño, se encuentra una relación directa entre su grado de complejidad y el nivel de detalle que proporciona. Es posible adaptar uno de los modelos para la detección del daño y emplearlo en forma simplificada en un esquema para la administración de puentes, de tal manera que sea simple y de fácil aplicación.

En cuanto a otras aplicaciones de las pruebas dinámicas en puentes, se destacan las mediciones del impacto dinámico y los estudios de la interacción vehículo- puente. Para el caso del impacto dinámico, se ha demostrado que existe una relación entre este factor y las propiedades dinámicas del vehículo y del puente; además, la rugosidad es un elemento que afecta sensiblemente al mismo. Por otra parte, estos estudios han permitido definir el factor de impacto considerando las características dinámicas del puente y no únicamente sus dimensiones.

Con respecto a los estudios de la interacción vehículo- puente, las pruebas experimentales para la medición de la dinámica de un puente son fundamentales, ya que proporciona datos para la calibración de los modelos analíticos y de simulación. A su vez, permite evaluar códigos de diseño y verificar las condiciones de operación de un puente con respecto a los criterios con que fue diseñado.

Por último, los estudios que ha realizado el IMT demuestran que es posible aplicar nuevas teorías (como es la de *wavelets*) al estudio de sistemas dinámicos y para casos que, como el de modos acoplados, no fácilmente se estudian con el análisis modal. De igual manera, los estudios experimentales muestran que aunque se utilice poca instrumentación, se puede obtener información detallada del comportamiento de los puentes. Los estudios de simulación permiten reforzar el alcance de los estudios de campo y ampliar su análisis a casos que resultan difíciles de trabajar experimentalmente.



## Referencias

---

1. "Forum on Future Directions in Transportation R&D.", Conference Proceedings 9, Transportation Research Board, National Science and Technology Council, Washington, D.C., March 6-7, 1995.
2. "The Status of the Nation's Highways and Bridges: Conditions and Performance - Highway Bridge Replacement and Rehabilitation Program.", FHWA Report, U.S. Department of Transportation, 1989.
3. F. Fosas, "Cargas Vivas Sobre Puentes.", Memoria del Seminario Internacional de Puentes, Instituto Mexicano del Transporte, Sanfandila, Qro., México, 24-26 de octubre, 1991.
4. E. Hwang and A. S. Nowak, "Dynamic Analysis of Girder Bridges.", Transportation Research Record 1223, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1989.
5. B. Bakht and S. G. Pinjarkar, "Dynamic Testing of Highway Bridges.", Transportation Research Record 1223, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1989.
6. B. T. Yen and L. Lai, "Evaluation of Bridge Vibration through Field Measurement of Strains.", Transportation Research Record 1223, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1989.
7. S. Drosner and G. Sedlacek, "Numerical Calculation of Traffic Induced Vibration in Roadway Bridges.", Structural Dynamics, Krätzig et al. (Eds.), Balkema, Rotterdam, 1990.
8. A. S. Nowak and Y. Hong, "Bridge Live-Load Models.", ASCE Journal of Structural Engineering, 117, 9, 1991.
9. E. Hwang and A. S. Nowak, "Simulation of Dynamic Load for Bridges.", ASCE Journal of Structural Engineering, 117, 5, 1991.
10. T. Wang, D. Huang and M. Shahaway, "Vibration and Impact in Multigrider Steel Bridges.", Transportation Research Record 1393, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1993.
11. M. Rösler, "Dynamic Interaction Between Bridge and Vehicle.", Transportation Research Record 1460, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1994.

12. S. Alampalli, G. Fu, and E. W. Dillon, "On the Use of Measured Vibration for Detecting Bridge Damage.", Proceedings of the Fourth International Bridge Engineering Conference, San Francisco, California, U.S.A., August 28-30, 1995.
13. R. J. Heywood, "Are Road-Friendly Suspensions Bridge-Friendly? OECD DIVINE.", Proceedings of the Fourth International Bridge Engineering Conference, San Francisco, California, U.S.A., August 28-30, 1995.
14. D. F. Mazurek and J. T. DeWolf, "Experimental Study of Bridge Monitoring Technique.", ASCE Journal of Structural Engineering, 116, 9, 1990.
15. P. G. Buckland, R. Hooley, B. D. Morgenstern, J. H. Rainer, and A. M. Van Selst, "Suspension Bridge Vibrations: Computed and Measured.", ASCE Journal of the Structural Division, 105, ST5, 1979.
16. C. King, R. Gomez, D. Muriá y C. Alvarez, "PUENTE TAMPICO. Pruebas de Vibración y Estimación de Propiedades Dinámicas.", Construcción y Tecnología, febrero, 1990.
17. Ch. R. Farrar and K. M. Cone, "Vibration Testing of the I-40 Bridge Before and After the Introduction of Damage.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
18. J. R. Casas y A. C. Aparicio, "Una Técnica de Inspección en Puentes a Partir de la Determinación no Convencional de sus Parámetros Dinámicos.", Simposio sobre Conservación, Rehabilitación y Gestión de Puentes, Sanfandila, Qro., México, junio, 1995.
19. J. R. Billing, "Dynamic Loading and Testing of Bridges in Ontario, 1980.", Proceedings of the Int. Conf. on Short and Medium Span Bridges, Toronto, Canada, 1982.
20. C. E. Ventura, A. J. Felber and H. G. L. Prion, "Seismic Evaluation of a Long Span Bridge by Modal Testing.", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
21. B. M. Douglas and W. H. Reid, "Dynamic Tests and System Identification of Bridges.", ASCE Journal of Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 108, ST10, 1982.
22. B. M. Douglas, E. A. Maragakis and B. Nath, "Static Deformation of Bridges from Quick-Release Dynamic Experiments.", ASCE Journal of Structural Engineering, 116, 8, 1990.

23. G. P. Tilly, "Damping of Highway Bridges: A Review.", Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges, TRRL Supplementary Report 275, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorn, U.K., 1977.
24. A. E. Aktan, K. L. Lee, C. Chuntavan and T. Aksel, "Modal Testing for Structural Identification and Condition Assessment of Constructed Facilities.", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
25. M. Bat'a, V. Bily and M. Polak, "Modal Analysis and Analysis of Dynamic System Bridge Structure-Moving Vehicles.", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
26. Y. Deger, R. Cantieni and S. Pietrzko, "Modal Analysis of an Arch Bridge: Experiment, Finite Element Analysis, and Link.", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
27. H. J. Salane and J. W. Baldwin, "Identification of Modal Properties of Bridges.", ASCE Journal of Structural Engineering, 116, 7, 1990.
28. C. Williams and O. S. Salawu, "Modal Identification of a Full-Scale Highway Bridge.", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
29. R. Cantieni and S. Pietrzko, "Modal Testing of a Wooden Footbridge Using Random Excitation.", Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Kissimee, Florida, February 1-4, 1993.
30. N. Haritos, H. Khalaf and T. Chalko, "Modal Testing of a Skew Reinforced Concrete Bridge.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
31. A. E. Aktan, V. J. Hunt, M. J. Lally, R. B. Stillmaker, D. L. Brown, and S. J. Shelley, "Field Laboratory for Modal Analysis and Condition Assessment of Highway Bridges.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
32. M. French and B. Gordon, "Short Time Period Excitation of Structures.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
33. M. F. Green, "Modal Test Methods for Bridges: A Review.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.

34. M. F. Green and D. Cebon, "*Modal Testing of two Highway Bridges.*", Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Kissimee, Florida, February 1-4, 1993.
35. R. Kohoutek, "*Tests on Bridge Over Talbragar River at Dubbo.*", Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Kissimee, Florida, February 1-4, 1993.
36. R. Kohoutek and P. Marshall, "*Use of Modal Analysis of Nattai Bridge Mittagong Bypass.*", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
37. L. Agardh, "*Impact Excitation of Concrete Highway Bridges.*", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
38. H. E. M. Hunt, "*Measurement and Modelling of Traffic-Induced Ground Vibration.*", Ph. D. Thesis, University of Cambridge, Cambridge, U. K., 1988.
39. T. H. T. Chan and C. O'Conner, "*Wheel Loads from Highway Bridge Strains: Field Studies.*", ASCE Journal of Structural Engineering, 116, 7, 1990.
40. R. Cantieni, "*A Laser System for the Measurement of Displacements of Structures Under Static and Dynamic Loading.*", Industrial Applications of Lasers., H. Koebner (Ed.), John Wiley & Sons Ltd., Ch. 11, pp 231-235, 1984.
41. R. Eyre and G. P. Tilly, "*Damping Measurements on Steel and Composite Bridges.*", Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges, TRRL Supplementary Report 275, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, U. K., 1977.
42. M. Raghavadrachar and A. E. Aktan, "*Flexibility by Multireference Impact Testing for Bridge Diagnostics.*", ASCE Journal of Structural Engineering, 118, 8, 1992.
43. H. P. Hsu, "*Análisis de Fourier.*", Fondo Educativo Interamericano, S.A., 1973.
44. D. G. Fertis, "*Mechanical and Structural Vibrations.*", John Wiley & Sons, New York, 1995.
45. J. Bendat and A. G. Piersol, "*Random Data Analysis and Measurement Procedures.*", John Wiley & Sons, 2<sup>nd</sup> Ed., 1986.
46. R. W. Clough and J. Penzien, "*Dynamics of Structures.*", McGraw Hill Int., 2<sup>nd</sup> Ed., 1993.

47. D. E. Newland, "*An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis.*", Longman Scientific & Technical, 3rd Ed., 1993.
48. K. G. McConnell, "*Vibration Testing. Theory and Practice.*", John Wiley & Sons Inc., New York, 1995.
49. D. G. Fertis, "*Nonlinear Mechanics.*", CRC Press Inc., Boca Raton, Florida, 1993.
50. R. A Ibrahim, "*Recent Results in Random Vibration of Nonlinear Mechanical Systems.*", Transactions of the ASME, **117**, 6, 1995.
51. A. H. Nayfeh and S. A. Nayfeh, "*On Nonlinear Modes of Continuous Systems.*", Journal of Vibration and Acoustics, **116**, 1, 1994.
52. A. H. Nayfeh and S. A. Nayfeh, "*Nonlinear Normal Modes of a Continuous System with Quadratic Nonlinearities.*", Journal of Vibration and Acoustics, **117**, 4, 1995.
53. J. Aubrecht and A. F. Vakakis, "*Localized and Non-Localized Nonlinear Normal Modes in a Multi-Span Beam with Geometric Nonlinearities.*", Journal of Vibration and Acoustics, **118**, 10, 1996.
54. Z. Li and J. R. Houghton, "*Damage Location in Structures Using Vibration Data and Its Sensitivity to Measurement Errors.*", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
55. B. Carnahan, H. A. Luther, and J. O. Wilkes, "*Applied Numerical Methods.*", John Wiley & Sons, New York, NY, 1969.
56. S. Nakamura, "*Computational Methods in Engineering and Science.*", John Wiley & Sons, New York, NY, 1977.
57. P. J. Roache, "*Computational Fluid Dynamics.*", Hermosa Publishers, Albuquerque, NM, 1976.
58. F. H. Harlow and A. A. Amsden, "*Fluid Dynamics.*", Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-4700, Los Alamos, NM, 1971.
59. K. J. Bathe, "*Finite Element Procedures in Engineering Analysis.*", Prentice Hall Inc., New Jersey, 1982.
60. O. C. Zienkiewicz, 1971, "*The Finite Element Method in Engineering Science.*", McGraw-Hill, 2<sup>nd</sup> Ed., London, 1971.



61. E. Balmes, "Parametric Families of Reduce Finite Element Models.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
62. R. Kohoutek, "Stress Prediction by Analytical Model Verified by Modal Analysis.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
63. Y. Deger, R. Cantieni, S. Pietrzko, W. Rueker, and R. G. Rohrmann, "Modal Analysis of a Highway Bridge: Experiment, Finite Element Analysis and Link.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
64. A. J. Felber and C. E. Ventura, "Port Mann Bridge Testing and Model Correlation.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
65. NISA Inc., "Finite Element Analysis Software.", 1999.
66. ANSYS Inc., "ANSYS Family of Products Brochure.", 1999.
67. INRIA, "MODULEF. Methods and Tools for Scientific Computing.", 1999.
68. C. K. Chui, "An Introduction to Wavelets.", Academic Press, San Diego, CA., 1992.
69. A. Graps, "An Introduction to Wavelets.", IEEE Computational Science and Engineering, 2, 2, 1995.
70. Y. Daubechies, "Orthonormal Bases of Compactly Suported Wavelets.", Comm. Pure Appl. Math., 41, 1988.
71. D. E. Newland, "Wavelet Analysis of Vibration, Part I: Theory.", Journal of Vibration and Acoustics, 116, 4, 1994.
72. D. E. Newland, "Wavelet Analysis of Vibration, Part 2: Wavelet Maps.", Journal of Vibration and Acoustics, 116, 4, 1994.
73. "Standard Specifications for Highway Bridges.", The American Association of State Highway and Transport Officials, 13<sup>th</sup> Ed., 1983.
74. P. Paultre, O. Chaallal, and J. Proulx, "Bridge Dynamics and Dynamic Amplification Factors – A Review of Analytical and Experimental Findings.", Canadian J. Of Civil Eng., 19, 2, 1992.
75. M. A. Khalifa, "Parametric Study of Cable-Stayed Bridge Response Due to Traffic-Induced Vibration.", Computers & Structures, 47, 2, 1993.

76. T. Wang and D. Huang, "Cable-Stayed Bridge Vibration Due to Road Surface Roughness.", Journal of Structural Engineering, **118**, 5, 1992.
77. M. A. Khaleel and R. Y. Itani, "Live-Load Moments for Continuous Skew Bridges.", Journal of the Structural Division, ASCE, **117**, 5, 1991.
78. M. A. Khaleel, "Reliability-Based Analysis. Sensitivity and Design of Partially Prestressed Concrete Systems.", Ph.D. thesis, Washington State University, Pullman, 1992.
79. M. A. Khaleel and R. Y. Itani, "Effect of Alternative Truck Configurations and Weights on the Fatigue Life of Bridges.", Transport Research Record 1393, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1993.
80. F. J. Molina, R. Cantieni and S. Pietzko, "Traffic Response of a Bridge as Predicted From Modal Test Data.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
81. M. Ghosn and Q. Xu, "Estimating Bridge Dynamics Using the Weight-in-Motion Algorithm.", Transport Research Record 1200, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1989.
82. A. S. Nowak and S. Kim, "Monitoring of Truck Loads.", Technomic Publishing Co. Inc., 1996.
83. G. Thomas, "Overview of Nondestructive Evaluation Technologies.", Nondestructive Evaluation of Aging Utilities, Proceedings of The International Society for Optical Engineering, Vol. 2454, Oakland, CA, 1995.
84. T. J. Chalko and N. Haritos, "Strategy for Structural Identification of Highway Bridges.", Nondestructive Evaluation of Bridges and Highways, Proceedings of The International Society for Optical Engineering, Vol. 2946, Scottsdale, AZ, 1996.
85. J. W. Fisher, "Nondestructive Testing and Assessment of Bridges.", Structural Materials Technology, An NDT Conference, San Diego, CA, 1996.
86. C. S. Cai, M. A. Shahawy and A. El-Saad, "Nondestructive Testing of Field Bridges in Florida.", Structural Materials Technology III, An NDT Conference, San Antonio, TX, 1998.
87. P. Cawley and R. D. Adams, "The Location of Defects in Structures from Measurements of Natural Frequencies.", Journal of Strain Analysis, **14**, 2, 1979.

88. F. D. Ju, "*Experimental Diagnosis of Fracture Damage in Structures by the Modal Frequency Method.*", Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, **110**, 10, 1988.
89. U. Meneghetti and A. Maggiore, "*Crack Detection by Sensitivity Analysis.*", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
90. H. J. Salane and J. W. Baldwin, "*Changes in Modal Parameters of a Bridge During Fatigue Testing.*", Experimental Mechanics, **30**, 6, 1990.
91. Z. Zhang and A. E. Aktan, "*The Damage Indices for the Constructed Facilities.*", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
92. O. S. Salawu and C. Williams, "*Damage Location Using Vibration Mode Shape.*", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
93. C. H. J. Fox, "*The Location of Defects in Structures: A Comparison of the Use of Natural Frequency and Mode Shape Data.*", Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, San Diego, California, February 3-7, 1992.
94. R. Mayers, "*Error Location Using Mode Shapes – An Application to a Two Link Robot Arm.*", Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, San Diego, California, February 3-7, 1992.
95. R. L. Mayers, "*An Experimental Algorithm for Detecting Damage Applied to de I-40 Bridge Over the Rio Grande.*", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
96. A. K. Pandey, M. Biswas and M. M. Samman, "*Damge Location From Changes in Curvature Mode Shape.*", Journal of Sound and Vibration, **145**, 2, 1991.
97. R. J. Allenbag and D. L. Brown, "*A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis.*", Proceedings of the First International Modal Analysis Conference, Orlando, Florida, 1982.
98. N. A. Lieven, D. J. Ewins, "*Spatial Correlation of Mode Shapes. The Coordinate Mode Assurance Criterion (COMAC).*", Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Orlando, Florida, February 1-4, 1988.
99. D. J. Ewins, "*Modal Testing: Theory and Practice.*", John Wiley & Sons Inc., New york, 1984.

100. Z. Zhang, "Error Study of Bridge Test.", Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 31 Jan - 3 Feb, 1994.
101. T. D. Hogue, A. E. Aktan and A. Hoyos, "Localized Identification of Constructed Facilities.", Journal of Structural Engineering, 117, 1, 1991.
102. M. Raghavendrchar and E. E. Aktan, "Flexibility by Multireference Impact Testing.", Journal of Structural Engineering, 118, 8, 1992.
103. Z. Liang and G. C. Lee, "Damage of Structures. Part I.", NCEER Report, 1994.
104. A. Liang, M. Tong and G. C. Lee, "Modal Energy Measurement of a Long Steel Bridge.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
105. N. G. Nalitolela, "Localization of Damage in Structures by Analytical Model Improvement and Strain Energy Balance.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
106. C. W. Bert, "Relationship Between Fundamental Natural Frequency and Maximum Static Deflection for Various Linear Vibratory Systems.", Journal of Sound and Vibration, 162, 3, 1993.
107. J. R. Casas, "El Estudio de la Respuesta Dinámica como Método de Inspección y Control de Tableros de Puente de Hormigón Armado y Pretensado.", Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 1988.
108. D. C. Zimmerman, M. Kaouk, and T. Simmermacher, "Structural Health Monitoring Using Vibration Measurements and Engineering Insight.", Transactions of the ASME, June, 1995.
109. M. Kaouk and D. C. Zimmerman, "Structural Health Assessment Using a Partition Model Update Technique.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
110. D. C. Zimmerman, T. Simmermacher, and M. Kaouk, "Structural Damage Detection Using Frequency Response Functions.", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
111. L. Zongbao and J. R. Houghton, "Damage Location in Structures Using vibration Data and Its Sensitivity to Measurement Errors.", Proceedings of

- the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
112. H. F. Lam, J. M. Ko and C. W. Wong, "*Detection of Damage Location Based on Sensitivity Analysis.*", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
113. J. Bradley, C. Brislawn, and T. Hopper, "*The FBI Wavelet/Scalar Quantization Standard for Gray-scale Fingerprint Image Compression.*", Tech. Report LA-UR-93-1659, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, N.M., 1993.
114. A. Graps, "*An Introduction to Wavelets.*", IEEE Computational Science and Engineering, 2, 2, 1995.
115. M. J. Lighthill, "*Introduction to Fourier Analysis and Generalized Functions.*", Cambridge University Press, 1962.
116. H. Inque, K. Kishimoto, and T. Shibuya, "*Experimental Wavelet Analysis of Flexural Waves in Beams.*", Experimental Mechanics, 36, 3, 1996.
117. R. Poliak, "*The Wavelet Tutorial.*", Disponible en: <http://www.public.iastate.edu/~rpoliak/WAVELETS> [04/04/97], 1996.
118. E. Aktan, et. al, "*Field Laboratory for Modal Analysis and Condition Assessment of Highway Bridges.*", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
119. A. Galindo y M. Barousse, "*Sistema de Administración en Puentes.*", Seminario Internacional de Puentes, Instituto Mexicano del Transporte, Sanfandila, Qro., octubre 24-26, 1991.
120. Secretaría de Comunicaciones y Transportes, "*La Construcción de Puentes en México.*", México D.F, enero, 1985.
121. J. Stubbs, Kim and Ch. R. Farrar, "*Field Verification of a Nondestructive Damage Localization and Severity Estimation Algorithm.*", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Nashville, Tennessee, February 13-16, 1995.
122. D. C. Zimmerman, M. Kaouk, and T. Simmermacher, "*Structural Health Monitoring Using Vibration Measurements and Engineering Insight.*", Traducción de ASME, 117, 6, 1995.
123. M. Yerner and K. Chompooming, "*Numerical Method of Lines for Analysis of Vehicle-Bridge Dynamic Interaction.*", Computers & Structures, 53, 3, 1993.

124. J. A. Romero y A. Lozano, "*La Respuesta Dinámica de un Cuarto de Carro y el Índice Internacional de Rugosidad.*", Publicación Técnica No. 67, Instituto Mexicano del Transporte, 1995.
125. E. S. Hwang and A. S. Nowak, "*Dynamic Analysis of Girder Bridges.*", Transportation Research Record 1223, Transportation Research Board, NRC, 1992.
126. A. C. Collop and D. Cebon, "*Parametric Study of Factors Affecting Flexible Pavement Performance.*", Journal of Transportation Engineering, Nov/Dic, 1995.
127. T. D. Gillespie, "*The International Road Roughness Experiment.*", World Bank Technical Paper 45, 1986.
128. L. Meirovitch, "*Computational Techniques.*", Elements of Vibration Analysis, Mc Graw-Hill Int. Eds., Segunda Ed., 1986.
129. J. Villagomez, J. Perales y J. A. Romero, "*Procedimiento para Calcular el IIR.*", Reporte Interno, Instituto Mexicano del Transporte, 1995.
130. A. H. Fuller, Eitzen and E. F. Kelly, "*Impact on Highway Bridges.*", Transactions of the ASCE, 95, 1931.
131. J. C. Wilson, "*Analysis of the Observed Earthquake Response of a Multiple Span Bridge.*", Report of the Earthquake Engineering Research Laboratory EERL-84-01 No. PB-85-240505/AS, California Institute of Technology, 1984.

